ЧАСТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
КОЛЛЕДЖ «СОВРЕМЕННАЯ ШКОЛА БИЗНЕСА»
БУДЕННОВСКИЙ ФИЛИАЛ

УТВЕРЖДАЮ
Директор БФ ЧПОУ Колледж «СШБ»
________________ О.Г. Позоян
« 27 » мая 2022 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

для обучающихся по выполнению практических занятий и самостоятельной работы по учебной дисциплине

ЕН.02 МАТЕМАТИКА

Специальность
33.02.01 Фармация

Программа подготовки
базовая

Форма обучения
очная

Буденновск, 2022

Настоящие методические указания составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 33.02.01 Фармация программой дисциплины ЕН.02 Экономика организации.

Организация-разработчик: Буденновский филиал Частного профессионального образовательного учреждения Колледж «Современная школа бизнеса».

Разработчик: Кочагина Л. И., преподаватель филиала Колледжа.

Рекомендовано к использованию в учебном процессе педагогическим советом Колледжа для обучающихся по специальности 33.02.01 Фармация № 9 от 26.05.2022 г.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Прочность, осознанность и действенность знаний учащихся наиболее эффективно обеспечивается при помощи активных методов. Среди них важное место занимают практические занятия по решению задач и конкретных организационных управленческих ситуаций. Следует подчеркнуть, что само содержание учебной программы при ограничении времени, отведенном на изучение предмета, требует не столько запоминания, сколько развития умений и навыков самостоятельной работы с учебной литературой.

Решая эти задачи, организуется проведение практических занятий, в ходе которых вырабатываются практические навыки применения знаний.

Методические рекомендации направлены, прежде всего, на оказание методической помощи обучающимся при проведении практических занятий по дисциплине ЕН.02 «Математика». В данном пособии систематизированы задания по решению задач и ситуаций, охватывающих наиболее значимые темы учебной дисциплины.

Для решения предлагаемых заданий практической работы требуется хорошо знать учебный теоретический материал.

При выполнении практических работ необходимым является наличие умения анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы. Решение задачи должно быть аргументированным, ответы на задания представлены полно.

Методические рекомендации по выполнению практических занятий по дисциплине ЕН.02 «Математика», разработаны в помощь обучающимся для выполнения ими практических работ, предусмотренных рабочей программой.

Практические занятия проводятся после изучения соответствующих разделов и тем учебной дисциплины. Так как учебная дисциплина имеет прикладной характер, то выполнение обучающимися практических работ позволяет им понять, где и когда изучаемые теоретические положения и практические умения могут быть использованы в будущей практической деятельности.

Целью практических занятий по дисциплине ЕН.02 «Математика» является закрепление обучающимися теоретического материала по специальности и выработка навыков самостоятельной профессиональной и научно-исследовательской деятельности в области менеджмента.

Задачи практических занятий обусловлены необходимостью получения выпускником знаний, умений, навыков согласно требованиям ФГОС, на основе которых формируются соответствующие компетенции.

2. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Начинать работу на занятии рекомендуется с ознакомления с кратким теоретическим материалом, касающимся практического занятия. Затем осуществляется контроль понимания обучающимися наиболее общих терминов. Далее следует разбор решения типовой задачи практического занятия. В том случае, если практическое занятие не содержит расчетного задания, а связано с изучением и анализом теоретического материала, необходимо более подробно остановиться на теоретических сведениях и ознакомиться с источниками литературы, необходимыми для выполнения данного практического занятия.

В ходе выполнения расчетных заданий обучающиеся научатся реализовывать последовательность действий при использовании наиболее распространенных методов и делать выводы, вытекающие из полученных расчетов.

Каждое из практических занятий может представлять небольшое законченное исследование одного из теоретических вопросов изучаемой дисциплины.

В конце каждого занятия необходим контроль. Контрольные вопросы должны способствовать более глубокому изучению теоретического курса, связанного с темой практического занятия. Также контрольные вопросы должны помочь в решении поставленных перед учащимся задач и подготовке к сдаче практического занятия.

В общем виде методика проведения практических занятий включает в себя рассмотрение теоретических основ и примера расчета, выдачу многовариантного задания и индивидуальное самостоятельное выполнение обучающимся расчетов. Освоение методики расчета осуществляется во время проведения практических занятий, далее самостоятельно обучающиеся выполняют расчетные работы в соответствии заданиями.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Практическое задание: № 1. Входной контроль на определение уровня остаточных знаний за курс средней общеобразовательной школы
Практическое задание: №2. Вычисление производных сложной функции
Практическое задание: №3. Вычисление производных высшего порядка
Практическое задание: №4. Вычисление дифференциалов высших порядков
Практическое задание: №5. Исследование функции при помощи производных
Практическое задание: №6. Исследование и построение графиков сложных функций
Практическое задание: №7. Задачи на вычисление неопределенного интеграла
Практическое задание: №8. Задачи на вычисление определенных интегралов
Практическое задание: № 9. Контрольная работа № 1 по разделу 1
Практическое задание: № 10. Решение простейших задач теории вероятностей
Практическое задание: № 11. Контрольная работа № 2 по разделу 2
Практическое задание: № 12. Действия над матрицами
Практическое задание: № 13. Решение систем линейных алгебраических уравнений различными способами

4. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Практическое занятие №1.
Входной контроль на определение уровня остаточных знаний за курс средней общеобразовательной школы

Содержание и последовательность выполнения заданий
Вариант № 1

1. Вычислите значение выражения $\left(\frac{41}{18}-\frac{17}{36}\right)\cdot\frac{18}{65}+\left(\frac{8}{7}-\frac{23}{49}\right):\frac{99}{49}+\frac{7}{6}$.
2. Упростите выражения.

а) $(a+5)(a^2-5a+25)$; б) $\frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a^2-b^2}$; в) $\sqrt{8}+2\sqrt{2}+\sqrt{32}$.

3.Выполните действия.

$а)\ \frac{x}{a^2+ax}+\frac{1}{a+x}$, $\quad б)\ \frac{b^2}{a^2+ab+b^2}+\frac{4a^2b-ab^2}{b^3-a^3}+\frac{a}{a-b}$;

4. Решите уравнения.

$а)\ (5x+3)^2=5(x+3)$; $\quad б)\ \frac{3}{1-x}+\frac{1}{1+x}=\frac{28}{1-x^2}$.

5. Решите неравенства.

$а)\ 17-x>10-6x$, $\quad б)\ 2(3-z)-3(2+z)\le z$.

6. Решите задачу с помощью системы уравнений:
Периметр прямоугольного треугольника равен 84 см, а его гипотенуза равна 37 см. Найдите площадь этого треугольника.

Вариант № 2

1. Вычислите значение выражения $\frac{10}{16}+\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{17}{4}:17\right)+3{,}75:\frac{5}{6};$
2. Упростите выражения.

А) $(2b-1)(1+2b+4b^2);$ б) $\frac{(a^2-b^2)(a^2-ab+b^2)}{a-b};$ в) $\sqrt{7}+2\sqrt{7}-\sqrt{28}.$

3. Выполните действия.

$а)\ \frac{a^2-b^2}{a-b}-\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2};$ $\qquad б)\ \frac{1}{x^2+3xy}+\frac{2}{9y^2-x^2}+\frac{1}{2x-6y};$

4. Решите уравнения.

$а)\ \frac{3x^2+x}{x}=0;$ $\qquad б)\ \frac{x+1}{6}+\frac{20}{x-1}=4.$

5. Решите неравенства.

$а)\ 2x-17\geq-27;$ $\qquad б)\ 4(2-3x)-(5-x)>11-x.$

6. Решите задачу с помощью системы уравнений:

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 13 см. Если один из его катетов увели чить на 4 см, то гипотенуза увеличиться на 2 см. Найдите катеты треугольника.

Практическое задание: №2.
Вычисление производных сложной функции
Содержание и последовательность выполнения заданий

Теоретический материал

Пусть $y=y(u)$ и $u=u(x)$ - дифференцируемые функции. Тогда сложная функция $y=(u(x))$ есть также дифференцируемая функция, причем

$$y'_x=y'_u\cdot u'_x, \text{ или } \frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx} \quad (1)$$

Это правило распространяется на цепочку из любого количества дифференцируемых функций: *производная сложной функции равна произведению производных функций, ее составляющих.*

Задание1. Найдите производные функций:

1) $y=\ln(x^3-3x^2+4x);$ $\qquad$ 2) $y=\cos^2\frac{x}{6}.$

Решение:1) Предположим, что $y=\ln u$, где $u=x^3-3x^2+4x$. Тогда по формуле (1) найдем

$$y'_x=y'_u\cdot u'_x=\frac{1}{u}\cdot(3x^2-6x+4)=\frac{3x^2-6x+4}{x^3-3x^2+4x}.$$

2) Предполагая, что $y=u^2$, $u=\cos v$, $v=\frac{x}{6}$, получим

$$y'_x=y'_u\cdot u'_v\cdot v'_x=2u\cdot(-\sin v)\frac{1}{6}=-\frac{1}{3}\cos\frac{x}{6}\sin\frac{x}{6}=-\frac{1}{6}\sin\frac{x}{3}.$$

Задание2. Найти производную функции $y=arctg\sqrt{x}$

$$y'=(arctg\sqrt{x})'=\frac{1}{1+(\sqrt{x})^2}\cdot(\sqrt{x})'=\frac{1}{1+x}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$$

Задание 3. Найти производную функции $y=\sqrt{arctgx}$

$$y'=(\sqrt{arctgx})'=\frac{1}{2\sqrt{arctgx}}\cdot(arctgx)'=\frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{arctgx}}$$

Задание 4. Найти производную функции $y=\sqrt[3]{x^2+tgx+15}$

Здесь у нас корень, а для того, чтобы продифференцировать корень, его нужно представить в виде степени $x^{\frac{a}{b}}$. Таким образом, сначала приводим функцию в надлежащий для дифференцирования вид:

$$y'=(\sqrt[3]{x^2+tgx+15})'=\left(\left(x^2+tgx+15\right)^{\frac{1}{3}}\right)'$$

Анализируя функцию, приходим к выводу, что сумма трех слагаемых – это внутренняя функция, а возведение в степень – внешняя функция. Применяем правило дифференцирования сложной функции $(u(v))'=u'(v)\cdot v'$:

$$y'=(\sqrt[3]{x^2+tgx+15})'=\left(\left(x^2+tgx+15\right)^{\frac{1}{3}}\right)'=$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\left(x^2+tgx+15\right)^{-\frac{2}{3}}\cdot(x^2+tgx+15)'$$

Степень снова представляем в виде радикала (корня), а для производной внутренней функции применяем простое правило дифференцирования суммы:

$$y'=(\sqrt[3]{x^2+tgx+15})'=\left(\left(x^2+tgx+15\right)^{\frac{1}{3}}\right)'=$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\left(x^2+tgx+15\right)^{-\frac{2}{3}}\cdot(x^2+tgx+15)'=$$

$$=\frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+tgx+15)^2}}\cdot((x^2)'+(tgx)'+(15)')=$$

$$=\frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+tgx+15)^2}}\cdot\left(2x+\frac{1}{\cos^2 x}\right)$$

Задание 5.

Найти производную функции $y=-\frac{1}{\cos x}$

Здесь можно использовать правило дифференцирования частного $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$, но гораздо выгоднее найти производную через правило дифференцирования сложной функции:

$$y'=\left(-\frac{1}{\cos x}\right)'$$

Подготавливаем функцию для дифференцирования – выносим минус за знак производной, а косинус поднимаем в числитель:

$$y'=\left(-\frac{1}{\cos x}\right)'=-\left(\frac{1}{\cos x}\right)'=-(cos^{-1}x)'$$

Косинус – внутренняя функция, возведение в степень – внешняя функция. Используем наше правило $(u(v))' = u'(v)\cdot v'$:

$$y' = \left(-\frac{1}{\cos x}\right)' = -\left(\frac{1}{\cos x}\right)' = -(cos^{-1}x)' =$$

$$= -(-1)\cdot cos^{-2}x\cdot(\cos x)'$$

Находим производную внутренней функции, косинус сбрасываем обратно вниз:

$$y' = \left(-\frac{1}{\cos x}\right)' = -\left(\frac{1}{\cos x}\right)' = -(cos^{-1}x)' =$$

$$= -(-1)\cdot cos^{-2}x\cdot(\cos x)' = \frac{1}{\cos^2 x}\cdot(-\sin x) = -\frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

Готово. В рассмотренном примере важно не запутаться в знаках. Кстати, попробуйте решить его с помощью правила $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$, ответы должны совпасть.

Задание 6.

Найти производную функции $y = 7^{\arcsin^2 x}$

$$y' = (7^{\arcsin^2 x})' = 7^{\arcsin^2 x}\cdot\ln 7\cdot(\arcsin^2 x)' =$$

$$= 7^{\arcsin^2 x}\cdot\ln 7\cdot 2\arcsin^1 x\cdot(\arcsin x)' =$$

$$= 7^{\arcsin^2 x}\cdot\ln 7\cdot 2\arcsin x\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{2\ln 7\cdot 7^{\arcsin^2 x}\cdot\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Задание 7.

Найти производную функции $y = -2xe^{3x} + (x^2-4x+3)\sin 7x$

$$y' = (-2xe^{3x} + (x^2-4x+3)\sin 7x)' = -2(xe^{3x})' + ((x^2-4x+3)\sin 7x)' =$$

$$= -2((x)'e^{3x} + x(e^{3x})') + (x^2-4x+3)'\sin 7x + (x^2-4x+3)(\sin 7x)' =$$

$$= -2(1\cdot e^{3x} + x\cdot e^{3x}\cdot(3x)') + (2x-4+0)\sin 7x + (x^2-4x+3)\cos 7x\cdot(7x)' =$$

$$= -2(e^{3x} + 3xe^{3x}) + (2x-4)\sin 7x + 7(x^2-4x+3)\cos 7x$$

Задания для самостоятельной работы

Вычислить производные заданных функций:

1) $y = \sin(2x-1)$; 2) $y = (5x+2)^4$; 3) $y = \arcsin\frac{x}{2}$;

4) $y = \cos x^2$; 5) $y = arctg(3-x^2)$; 6) $y = \sin arcctgx$;

7) $y = \frac{2}{\cos 5x}$; 8) $y = e^{2^x}$; 9) $y = \frac{\sin x^2}{x}$;

10) $y = arctg\frac{1}{\sqrt{x}}$; 11) $y = \cos\frac{x}{x+1}$;

12) $y = (x-2)\cdot\sqrt{x^2+1}$.

13) $y = \frac{5}{\sqrt[5]{x+\ln x}}$ 14) $y = \frac{1}{\arccos^2 x}$ 15) $y = \ln^2(2x-1)$

Практические занятия: №3
Вычисление производных высшего порядка

Содержание и последовательность выполнения заданий

Производная второго порядк*а* (вторая производная) от функции y = f(x) есть производная от её первой производной: y''= (f '(x))'

Производная третьего порядка (третья производная) от функции y = f(x) есть производная от её второй производной: y'''= (f ''(x))'

Производная п-го порядка (п-я производная) от функции y = f(x) есть производная от её (п – 1)-й производной: $y^{(п)} = (f^{(п-1)}(x))'$

Дифференциал второго порядка (второй дифференциал) функции y = f(x) есть дифференциал от её первого дифференциала: $d^2y = d(dy)$

Дифференциал третьего порядка (третий дифференциал) функции y = f(x) есть дифференциал от её второго дифференциала: $d^3y = d(d^2y)$

Дифференциал п-го порядка (п-й дифференциал) функции y = f(x) есть дифференциал от её (*n* – 1)-го дифференциала: $d^ny = d(d^{n-1}y)$

Если x независимая переменная, то $d^ny = y^{(п)} \cdot dx^n$, откуда $y^{(п)} = \frac{d^n y}{d x^n}$,

т. е. *n*-я производная функции y = f(x) равна отношению её *n*-го дифференциала d^ny к *n*-й степени дифференциала независимой переменной dx.

Если функция имеет производную *п-го порядка*, то говорят, что **функция дифференцируема *n* раз**

Задание 1. Найти производные второго порядка от указанных функций

Пример 1. $y(x) = (2x+5)^3$

$y'(x) = 3(2x+5)^2 \cdot (2x+5)' = 3(2x+5)^2 \cdot 2= 6(2x+5)^2$

$y''(x) = (6(2x+5)^2)' = 6 \cdot 2(2x+5) \cdot 2 = 24(2x+5)$

Пример 2. y(x) = $e^x cosx$

$cosx$

y'(x) = (e^x¿' $cosx$ + e^x¿)'= $e^x cosx$ + e^x (-sinx) = $e^x(cosx-sinx)$

y''(x) =

(e^x¿'$(cosx-sinx)$ + $e^x(cosx-sinx)' = e^x(cosx-sinx)$ + $e^x(-sinx-cosx)$ =

$e^x(cosx-sinx-sinx-cosx)$ = -2 $e^x sinx$

Задание 1: Найти производные третьего порядка y', y'', y''', …, если $y = x^5 + 2x^4 - 3x^3 - x^2 - 0{,}5x + 7$.

Решение: $y' = 5x^4 + 8x^3 - 9x^2 - 2x - 0{,}5$,

$y'' = 20x^3 + 24x^2 - 18x - 2$,

$y''' = 60x^2 + 48x - 18$,

$y^{IV} = 120x + 48$, $y^V = 120$, $y^{VI} = y^{VII} = ... = 0$.

Задание 2: Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функции $y = (2x - 3)^3$.

Решение: $dy = 3 \cdot (2x - 3)^2 \cdot 2dx = 6 \cdot (2x - 3)^2 dx$,

$d^2y = 12 \cdot (2x - 3) \cdot 2dx^2 = 24 \cdot (2x - 3)dx^2$,

$d^3y = 24 \cdot 2dx^3 = 48dx^3$.

Задание 3: Задания для самостоятельной работы

1. Найти производные второго порядка:

1) $y = 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x$; 2) $y = (2x+5)^3$;

3) $y = \frac{1}{x-1}$; 4) $y = -\frac{22}{x+5}$;

5) $y = \cos^2 x$; 6) $y = e^{-x^2}$;

7) $y = 5^{\sqrt{x}}$; 8) $y = x\sin 2x$;

9) $y = e^x \cos x$.

2. Найти производные третьего порядка:

1) $y = \frac{x}{6 \cdot (x+1)}$; 2) $y = \frac{1}{2}\ln^2 x$; 3) $y = (2x+3)^3 \cdot \sqrt{2x+3}$.

3. Найти дифференциалы первого и второго порядков функции $v = e^{2t}$.
4. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функций:

1) $y = 2x^3 + 5x^2$; 2) $y = e^{t^3}$;

3) $y = x \cdot (\ln x - 1)$.

5. Показать, что функция $y = 4e^{-2x} - 5e^x$ удовлетворяет уравнению $y''' - 3y' + 2y = 0$.

Вопросы для самоконтроля:

1. Что называется производной второго порядка?
2. Что называется производной *n – го* порядка?
3. Что называется дифференциалом функции?
4. Что называется дифференциалом второго порядка?
5. Что называется дифференциалом *n – го* порядка? По какой формуле он вычисляется?

Практические занятия: №4.
Вычисление дифференциалов высших порядков

Содержание и последовательность выполнения заданий

Задание 1. Проверка знаний студентов по теме «Производная функции»:
Вопросы:

1. Определение производной
2. Основные правила дифференцирования
- производная суммы или разности двух функций
- производная произведения функций
- производная частного функций
- производная сложной функции
3. Производные основных элементарных функции
4. Применение производной

2. Самостоятельная работа

Вычислить производную функции $f(x) = x^3 + 3x^2 - 72x + 90$ в точке $x = 5$

Вычислить производную функции $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$ в точке $x = -4$

Вычислить производную функции $f(x)=\frac{x^2 arctg5x}{2}-\frac{x}{10}+\frac{1}{50}arctg5x$ в точке $x=\frac{1}{5}$.

Вычислить производную функции $f(x)=xarctg2x-\frac{1}{4}\ln(1+4x^2)$ в точке $x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Найти производную функции $y=\sin(3x-5)$

Найти производную функции $y=\cos 2x$

Найти производную функции $y=(2x+1)^5$

Найти производную функции $y=\frac{1}{(x^2-1)^7}$

Найти производную функции $y=arctg\sqrt{x}$

Найти производную функции $y=\sqrt{arctgx}$

Найти производную функции $y=\sqrt[3]{x^2+tgx+15}$

Сегодня мы продолжаем изучение раздела Дифференциальное исчисление и знакомимся с таким понятием как Дифференциал функции. Научимся применять это понятие к решению математических и не только задач. Новое понятие дифференциала функции мы рассмотрим на частном примере.

Рассмотрим функцию $y=x^2$. Вопрос: Чему равна производная этой функции? Ответ: 2x. А теперь представим приращение этой функции в виде развернутой формулы. Вопрос: Как обозначается приращение функции? Ответ: Δy Как мы помним, из определения приращения $\Delta y = y(x+\Delta x) - y(x)$. А для нашей функции $y=x^2$, $\Delta y=(x+\Delta x)^2-x^2=2x\cdot\Delta x+(\Delta x)^2$. Обратим внимание на первое слагаемое. Множитель 2x – это производная нашей функции. Второе слагаемое будет стремиться к нулю, если Δx стремится к нулю. Видим, что $\Delta y=2x\cdot\Delta x$, где $2x=y'$. Оставшееся слагаемое называют главной частью приращения и называют дифференциалом функции. Запишем данное понятие в общем случае.

Рассмотрим дифференцируемую в точке x_0 функцию $y=f(x)$. Ее приращение можно представить (аналогичным образом) в виде $\Delta y=A\cdot\Delta x+\alpha\cdot\Delta x$, где $A\cdot\Delta x$ - главная часть приращения, где $A=f'(x_0)$, а $\alpha\cdot\Delta x$ стремится к нулю при $\Delta x\to 0$.

Определение: Главная, линейная относительно Δx, часть приращения Δy функции $y=f(x)$ называется дифференциалом функции и обозначается $dy=A\cdot\Delta x=f'(x)\cdot\Delta x$. Для удобства записи в данном случае Δx заменяют на dx. (Но при вычислениях замену не производят)

Итак, дифференциал вычисляют по формуле: $dy=f'(x_0)\cdot dx$. (1) (написать на доске формулу)

Нахождение дифференциала функции рассмотрим на примере.

Пример: Найти дифференциал функции: $y=5x^6+2e^x$.

Чтобы найти dy необходимо найти производную функции, а затем «приписать» к ней множитель dx.

$y=5\cdot 6x^5+2\cdot e^x=30x^5+2e^x$

$dy=(30x^5+2e^x)dx$

Приложение дифференциала.

Дифференциал функции применяется при решении многих математических задач. Сегодня мы рассмотрим два типа задач, которые возможно рационально решить, используя понятия дифференциал. Кроме, того, мы применим дифференциал функции при решении задач профессиональной направленности.

Рассмотрим первый тип задач.

1. Приближенные вычисления значения функции в заданной точке.

Из прошлогоднего курса математики, вам известна формула для приближенных вычислений значения функции $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ Преобразуем выражение, перенесем $f(x_0)$ в левую часть, получим: $f(x) - f(x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = f'(x)\Delta x$. Правая часть есть дифференциал функции. Значит, чтобы найти значение функции в заданной точке, необходимо воспользоваться формулой $f(x) \approx f(x_0) + dy$ (2) *написать на доске.*

Покажем на примере:

Пример 2:_Вычислить значение функции $f(x) = (5 - 3x)^4$ в точке $x = 2.04$.

Для удобства счета выберем вблизи заданной точки x точку $x_0 = 2$. Тогда приращение аргумента будет равно $x - x_0 = 2.04 - 2 = 0.04$, $\Delta x = 0.04$. Вычислим значение функции в точке $x_0 = 2$: $f(2) = (5 - 3 \cdot 2)^4 = 1$.

Затем найдем дифференциал функции по формуле (1):

$dy = 4(5 - 3x)^3 \cdot (-3)dx = -12(5 - 3x)^3 dx$.

И, учитывая, что $dx = \Delta x = 0.04$ вычислим его в точке $x_0 = 2$:

$dy = -12(5 - 3 \cdot 2)^3 \cdot 0.04 = 12 \cdot 0.04 = 0.48$. Подставим в формулу (2):

Итак, приближенное значение данной функции в точке $x = 2.04$ равно:

$f(2.04) \approx f(2) + dy = 1 + 0.48 = 1.48$. Обратите внимание, что без калькулятора вычислить чему равно значение функции в точке 2.04 довольно сложно, так как здесь высокая степень многочлена. А используя дифференциал, мы вычислили устно приближенное значение функции. Такие расчеты также рационально использовать в физике.

Рассмотрим второй тип задач.

Вычисление приращения функции в заданной точке. Из формулы приближенного вычисления значения функции получим: $\Delta y = f(x) - f(x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = dy$. Значит

$\Delta y \approx dy = f'(x_0) \cdot \Delta x$ (3) *написать на доске*

Рассмотрим на примере:

Пример 2:_Найти приращение функции $f(x) = \sin x + 5$ в точке $x = \frac{\pi}{3}$ и при приращении $\Delta x = 0.5$.

$$\Delta y \approx dy = (\sin x + 5)'\Delta x = \cos x \cdot \Delta x$$

$$\Delta y \approx \cos\frac{\pi}{3} \cdot 0.5 = 0.5 \cdot 0.5 = 0.25$$

Рассмотренные три основных формулы, будем применять на практической работе. Также они вам встретятся при выполнении интернет-тестирования. А сейчас рассмотрим пример применения понятия дифференциала в вашей профессиональной деятельности. (на слайде задача)

Задача: Предприниматель Рыбкин разводит радужную форель в своем рыбхозяйстве. Статистическим путем за годы работы он сделал вывод, что численность популяций в зависимости от времени для данных условий разведения определяется формулой $y(t) = 1.003 \cdot (4.1t + 0.26)^3$. Определить изменение численности популяции форели с 3-го года и до 7 лет работы рыбхозяйства.

Решение:_Известно: $t_0 = 3$, *значит* $\Delta t = 7 - 3 = 4$,

$\Delta y \approx dy = y'(t_0) \cdot \Delta t = 1.003 \cdot 3 \cdot (4.1t + 0.26)^2 \cdot 4.1 \cdot \Delta t$

$\Delta y \approx 1.003 \cdot 3 \cdot (4.1 \cdot 3 + 0.26)^2 \cdot 4.1 \cdot 4 = 7784$

Вывод: За 4 года работы рыбхозяйства численность популяции увеличилась на 7784 единицы.

Закрепление изученного материала.

Нахождение дифференциала функции

Задание: 1. Найти дифференциал функции:

$a)\ y = x^3 + 2\sqrt{x} - 5$ Ответ: $dy = (3x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}})dx$

$b)\ y = 2x \cdot \sin x$ ответ: $dy = (2\sin x - 2x\cos x)dx$

$c)\ y = (5x^5 - 1)^9$ Ответ: $dy = 9(5x^5 - 1)^8 \cdot 25x^4 dx$

Задание 2: Вычислить значение функции $f(x) = (2 + 3 \cdot x)^4$ в точке $x = 1.05$.

Для удобства счета выберем вблизи заданной точки x точку $x_0 = 1$. Тогда приращение аргумента будет равно $\Delta x = x - x_0 = 1.05 - 1 = 0.05$, Вычислим значение функции в точке $x_0 = 1$: $f(1) = (2 + 3 \cdot 1)^4 = 625$.

Затем найдем дифференциал функции по формуле (1):

$dy = 4 \cdot (2 + 3x)^3 \cdot 3dx = 12(2 + 3x)^3 dx$

И, учитывая, что $dx = \Delta x = 0.05$ вычислим его в точке $x_0 = 1$:

$dy = 12(2 + 3 \cdot 1)^3 \cdot 0.05 = 75$

Подставим в формулу (2):

Итак, значение данной функции в точке $x = 1.05$ равно:

$f(1.05) \approx f(1) + dy = 625 + 75 = 700$

Задание 3. Найти приращение функции $y = 2x^3 - 4x^2 - 20 \quad x = 3, \Delta x = 0.002$.

$\Delta y \approx dy = (6x^2 - 8x)\Delta x =$

$= (6 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3) \cdot 0.002 = (54 - 24) \cdot 0.002 = 30 \cdot 0.002 = 0.06$

Задание 4.

Найти приращение функции $f(x) = x^4 - 7x^2 + x - 1$ в точке $x = 2$ и при $\Delta x = 0.005$.

Ответ: 0.025

2. Найти приращение функции $f(x) = x^2 - 4x - 1$ в точке $x = 1$ и при $\Delta x = 0.001$. Ответ: -0.002

Практические занятия: №5.
Исследование функции при помощи производных

Содержание и последовательность выполнения заданий

Задание 1. Устный опрос

1. Дайте определение максимума (минимума) функции в точке. Что можно сказать о знаке приращения функции в достаточно малой окрестности точки максимума (минимума)?
2. Каковы необходимые условия существования экстремума функции? Каков их геометрический смысл?
3. Каково правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке?
4. Дайте определение выпуклости (вогнутости) кривой на промежутке.

5. Каково правило отыскания интервалов выпуклости и вогнутости кривой?
6. Точка перегиба кривой. Как ее найти?
7. Каков алгоритм построения графика функции?

Задание 2. Самостоятельная работа

1. Проверка знаний формул

Правила вычисления производных:

а) Производная сложной функции.

Если *у*=ŕ(*u*), *u=ц*(х), то *уў*(*х*)=ŕў*(u)·цў* (*х*).

б) Производная суммы.

Если *у*(*х*)=*u*(*х*)+*v* (*х*), то *уў* (*х*)=*uў* (*х*)+*vў* (*х*)

в) Производная произведения.

Если *у(х)=u*(*х*)·*v*(*х*), то *уў=uў·v+u·vў.*

В частности, (*с·u)ў=с·uў*, т. е. постоянный множитель выносится из-под знака производной. Легко убедиться, что

(*u2)ў=*2*u·uў, (u3)ў=3u2·uў, … , (un)ў=n·un–1·uў.*

Задание 3. Повторение теоретического материала

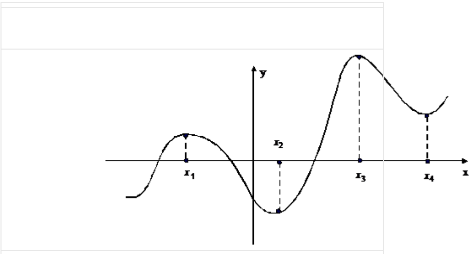
Экстремум функции

Исследование функции на экстремум – одно из важнейших приложений производных. Рассмотрим определение минимумов и максимумов, и способы их отыскания.

Пусть функция ŕ(х) определена и дифференцируема на некотором множестве и точка х0 – точка внутри него.

Определение. Функция ŕ(х) в точке х0 имеет **максимум** (минимум), если существует такая окрестность точки х0, что для всех х из этой окрестности ŕ(х) < ŕ(х0) (ŕ(х) > ŕ(х0)).

Точка х0 называется тогда точкой **максимума** (минимума).



Показан график функции, которая имеет две точки максимума (х1 и х3) и две точки минимума (х2 и х4), причем максимальное значение может оказаться меньше минимального (ŕ(х1) < ŕ(х4)). Это подчеркивает тот факт, что мы характеризуем особенность функции только вблизи некоторой точки.

Значения функции в точках максимума и минимума называют экстремальными значениями или **экстремумами**. На приведенном графике видно, что точки экстремума (х1, х2, х3, х4) определяют интервалы монотонности функции, в каждом из которых производная сохраняет определенный знак. В точках экстремума, понятно, производная обращается в нуль. Сформулируем теорему о **необходимом условии существования экстремума**.

Теорема. Если функция ŕ(х) в точке х0 имеет экстремум, то производная функции в этой точке равна нулю, т. е. ŕў(х0)=0.

Заметим сразу, что условие это не является достаточным, т. е. обратное утверждение не всегда верно. Из равенства ŕў(х0)=0 не обязательно следует, что в точке х0 существует экстремум.

Подтверждением тому пример с функцией ŕ(х)=х3.

Найдем ŕў(х)=3х2. В точке х=0 ŕў(0)=0. Но как угодно близко к точке х=0 найдем х>0, где ŕ(х)=х3 > 0, найдем х<0, где ¦(х)=х3<0. Т. е. не существует какая-либо малая окрестность точки х=0, где для всех х значение функции в точке х=0 будет самым большим или самым малым. Поэтому точка х=0 не является точкой экстремума.

Можно рассуждать иначе. Так как производная ŕў(x)=3x2, то функция ŕ(x)=x3 возрастает при любых действительных x и экстремумов не имеет.

Точки, в которых выполняется необходимое условие экстрему-ма (ŕў(x)=0) называются **критическими**.

Очевидно, что касательная к графику функции в точках, где ŕў(x)=0, параллельна оси абсцисс Ox.

Достаточное условие экстремума дается в следующих теоремах.

Теорема 1. Если x0 – критическая точка функции и при переходе через нее производная меняет знак, то x0 – точка экстремума, а именно, если производная меняет знак с плюса на минус – точка максимума, если – с минуса на плюс – точка минимума.

Заметим, что экстремума в точке нет, если производная не меняет знака. Правило исследования на экстремум с помощью первой производной известно из школьного курса.

Достаточное условие экстремума иногда удобнее формулировать с помощью второй производной

Общая схема построения графиков функций

Найти область определения функции.

Выяснить, не является ли функция четной, нечетной или периодической.

Найти точки пересечения графика с осями координат (если это не вызывает затруднений).

Найти асимптоты графика функции.

Найти промежутки монотонности функции и ее экстремумы.

Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба.

Построить график, используя полученные результаты исследования.

Задания для самостоятельной работы

Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

1) $y = 2x^2 - 8x$; 2) $y = -3x^2 + 12x$;

3) $y = x^2 + 5x + 4$; 4) $y = -x^2 + 2x + 15$;

5) $y = x^3 - 3x$; 6) $y = 3x^3 - x$;

7) $y = -x^3 + x$; 8) $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$;

9) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 10$; 10) $y = \dfrac{1}{x^2 + 1}$;

11) $y = \dfrac{x}{x^2 - 4}$; 12) $y = \dfrac{x^2 - 4}{x}$.

Вопросы для самоконтроля:

Дайте определение возрастания и убывания функции.

Дайте определение экстремума функции.

Как найти наибольшее и наименьшее значения функции?

Сформулируйте определение асимптоты. Перечислите основные виды асимптот.

Сформулируйте общую схему исследования функции для построения графика.

Практические занятия: №6.
Исследование и построение графиков сложных функций

Содержание и последовательность выполнения заданий

При исследовании функции и изучении её свойств с целью построения графика находят:

- область определения функции D(f) и, если возможно, область изменения E(f);
- точки разрыва функции и промежутки непрерывности;
- точки пересечения графика с осями координат;
- промежутки постоянства функции;
- чётность, нечётность, периодичность;
- критические точки функции, точки экстремума, экстремумы, промежутки моно-

тонности;
- промежутки выпуклости, вогнутости графика функции, точки перегиба;
- асимптоты графика функции;
- дополнительные точки (если это необходимо).

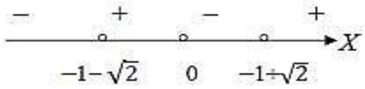
Строится график функции.

Решение:

$D(f) = (-\infty;\ 0) \cup (0; +\infty)$

$x = 0$ – точка разрыва II-го рода (x = 0 – уравнение вертикальной асимптоты)

При $y = 0, x = -1 \pm \sqrt{2}.$



$y > 0$ при $\frac{x^2 + 2x - 1}{x} > 0 \Rightarrow x \in (-1-\sqrt{2}; 0); (-1+\sqrt{2}; +\infty).$

$y < 0$ при $\frac{x^2 + 2x - 1}{x} < 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1-\sqrt{2}); (0; -1+\sqrt{2}).$

Функция ни четная, ни нечётная, т.е. общего вида и непериодическая

Находим производную: $y' = \frac{(2x+2)x - (x^2 + 2x - 1)}{x^2} = \frac{x^2 + 1}{x^2} > 0$ при всех $x \in D(f)$.
Следовательно, всюду в $D(f)$ функция возрастает.

Функция не имеет точек экстремума и экстремумов.

$y'' = (\frac{x^2 + 1}{x^2})' = -\frac{2}{x^3}$

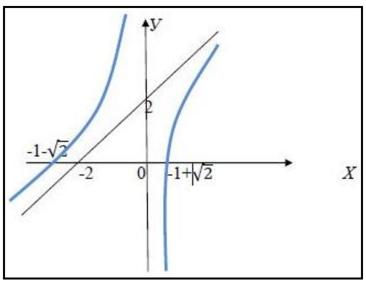
а) при $x < 0$ $y'' > 0,$ следовательно, при $x \in (-\infty; 0)$ график вогнутый;
б) при $x > 0$ $y'' < 0,$ следовательно, при $x \in (0; +\infty)$.
а) прямая x = 0 (ось Oy) – вертикальная асимптота;
б) пусть наклонная асимптота имеет вид y = kx + b, тогда

$$k = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2} = 1$$

$$b = \lim_{x \to \infty} (y - kx) = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{x} - x \right) = 2$$

y = x + 2 – уравнение наклонной асимптоты

Строим график функции



Задания для самостоятельной работы

Исследуйте средствами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и постройте ее график

1 вариант

$y = x^2 - 5x + 4$ $y = 2x^3 + 3x^2 - 5$

$y = \dfrac{x}{x+2}$ $y = \dfrac{3x}{x+2}$

2 вариант

$y = x^3 + x^2 - 5x + 3$ $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$

$y = \dfrac{2x}{x+2}$ $y = \dfrac{-x}{x+2}$

Практические занятия: №7.
Задачи на вычисление неопределенного интеграла

Теоретический курс

Любой табличный интеграл (да и вообще любой неопределенный интеграл) имеет вид: $\int f(x)dx = F(x) + C, \text{где } C = const$ где - $\int$ – значок интеграла.

$f(x)$ – подынтегральная функция (пишется с буквой «ы»).

dx – значок дифференциала. При записи интеграла и в ходе решения важно не терять данный значок. Заметный недочет будет.

$f(x)dx$ – подынтегральное выражение или «начинка» интеграла.

$F(x)$ – первообразная функция.

$F(x) + C$ – множество первообразных функций. Не нужно сильно загружаться терминами, самое важное, что в любом неопределенном интеграле к ответу приплюсовывается константа C.

Решить интеграл – это значит найти определенную функцию $F(x) + C$, пользуясь некоторыми правилами, приемами и таблицей.

Решить неопределенный интеграл – это значит найти **множество** всех первообразных, а не какую-то одну функцию. В рассматриваемом табличном примере $-\cos x + 5$, $-\cos x - \dfrac{4}{7}$, $-\cos x + \sin 2$, $-\cos x - e^3$ и т. д. – все эти функции являются решением интеграла $\int \sin x dx$.

Решений бесконечно много, поэтому записывают коротко: $\int \sin x dx = -\cos x + C, \text{где } C = const$

Таким образом, любой неопределенный интеграл достаточно легко проверить (в отличие от производных, где хорошую стопудовую проверку можно осуществить разве что с помощью математических программ). Это некоторая компенсация за большое количество интегралов разных видов.

Переходим к рассмотрению конкретных примеров. Начнем, как и при изучении производной,
с двух правил интегрирования, которые также называют **свойствами линейности** неопределенного интеграла:

$\int ku\,dx = k\int u\,dx$, где $k = const \neq 0$ – постоянный множитель можно (и нужно) вынести за знак интеграла.

$\int (u \pm v)dx = \int u\,dx \pm \int v\,dx$ – интеграл от алгебраической суммы двух функций равен алгебраической сумме двух интегралов от каждой функции в отдельности. Данное свойство справедливо для любого количества слагаемых.

Пример 1

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int\left(x+\sqrt{x}-3x^5+\frac{2}{x^3}-\frac{1}{\sin^2 x}+tg5\right)dx$$

Решение:

$$\int\left(x+\sqrt{x}-3x^5+\frac{2}{x^3}-\frac{1}{\sin^2 x}+tg5\right)dx\overset{(1)}{=}$$

$$=\int x\,dx+\int\sqrt{x}\,dx-\int 3x^5dx+\int\frac{2dx}{x^3}-\int\frac{dx}{\sin^2 x}+\int tg5\,dx\overset{(2)}{=}$$

$$=\int x\,dx+\int x^{\frac{1}{2}}dx-3\int x^5dx+2\int x^{-3}dx-\int\frac{dx}{\sin^2 x}+tg5\int dx\overset{(3)}{=}$$

$$=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{\frac{3}{2}}\cdot x^{\frac{3}{2}}-3\cdot\frac{1}{6}x^6+2\cdot\frac{1}{(-2)}\cdot x^{-2}-(-ctgx)+tg5\cdot x+C\overset{(4)}{=}$$

$$=\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-\frac{x^6}{2}-\frac{1}{x^2}+ctgx+tg5\cdot x+C,\ где\ C=const$$

1) Применяем правило $\int (u \pm v)dx = \int u\,dx \pm \int v\,dx$. Не забываем записать значок дифференциала dx под каждым интегралом. Почему под каждым? dx **– это полноценный множитель**, если расписывать решение совсем детально, то первый шаг следует записать так:

$$\int\left(x+\sqrt{x}-3x^5+\frac{2}{x^3}-\frac{1}{\sin^2 x}+tg5\right)dx=$$

$$=\int\left(x\,dx+\sqrt{x}\,dx-3x^5dx+\frac{2dx}{x^3}-\frac{dx}{\sin^2 x}+tg5\,dx\right)$$

2) Согласно правилу $\int ku\,dx = k\int u\,dx, \quad k = const \neq 0$, выносим все константы за знаки интегралов. Обратите внимание, что в последнем слагаемом $tg5$ – это константа, её также выносим.

Кроме того, на данном шаге готовим корни и степени для интегрирования. **Точно так же, как и**

при дифференцировании, корни надо представить в виде $x^{\frac{a}{b}}$. Корни и степени, которые располагаются в знаменателе – перенести вверх.

Примечание:

в отличие от производных, корни в интегралах далеко не всегда следует приводить к виду $x^{\frac{a}{b}}$, а степени переносить вверх.

Например, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+A}}$ – это готовый табличный интеграл, и всякие китайские хитрости вроде $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+A}} = \int (x^2+A)^{-\frac{1}{2}} dx$ совершенно не нужны.

Аналогично: $\int \frac{dx}{x}$ – тоже табличный интеграл, нет никакого смысла представлять дробь в виде $\int \frac{dx}{x} = \int x^{-1} dx$.

3) Все интегралы у нас табличные.

Осуществляем превращение с помощью таблицы, используя формулы:

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ (n \neq -1)$, $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -ctgx + C$ и $\int dx = x + C$.

Особое внимание надо обратить на формулу интегрирования степенной функции $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, она встречается очень часто, ее лучше запомнить. Следует отметить, что табличный интеграл $\int dx = x + C$ – частный случай этой же формулы: $\int dx = \int x^0 dx = \frac{1}{1} \cdot x^1 + C = x + C$.

Константу C достаточно приплюсовать один раз в конце выражения (а не ставить их после каждого интеграла).

4) Записываем полученный результат в более компактном виде, все степени вида $x^{\frac{a}{b}}$ снова представляем в виде корней, степени с отрицательным показателем – сбрасываем обратно в знаменатель.

Проверка. Для того чтобы выполнить проверку нужно продифференцировать полученный ответ:

$$\left(\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-\frac{x^6}{2}-\frac{1}{x^2}+ctgx+tg5\cdot x+C\right)'=$$

$$=\frac{1}{2}(x^2)'+\frac{2}{3}\left(x^{\frac{3}{2}}\right)'-\frac{1}{2}(x^6)'-(x^{-2})'+(ctgx)'+tg5\cdot(x)'+(C)'=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 2x+\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\cdot 6x^5-(-2)\cdot(x^{-3})-\frac{1}{\sin^2 x}+tg5\cdot 1+0$$

$$=x+\sqrt{x}-3x^5+\frac{2}{x^3}-\frac{1}{\sin^2 x}+tg5$$

Получена исходная **подынтегральная функция**, значит, интеграл найден правильно.

Время от времени встречается немного другой подход к проверке неопределенного интеграла, от ответа берется не производная, а **дифференциал**:

$$d\left(\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-\frac{x^6}{2}-\frac{1}{x^2}+ctgx+tg5\cdot x+C\right)$$

Его необходимо раскрыть, и с формально-технической точки зрения – это почти то же самое, что найти производную. Дифференциал раскрывается следующим образом: значок d убираем, справа над скобкой ставим штрих, в конце выражения приписываем множитель dx:

$$d\left(\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-\frac{x^6}{2}-\frac{1}{x^2}+ctgx+tg5\cdot x+C\right)=$$

$$=\left(\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-\frac{x^6}{2}-\frac{1}{x^2}+ctgx+tg5\cdot x+C\right)'dx=$$

$$=\left[\frac{1}{2}(x^2)'+\frac{2}{3}\left(x^{\frac{3}{2}}\right)'-\frac{1}{2}(x^6)'-(x^{-2})'+(ctgx)'+tg5\cdot(x)'+(C)'\right]dx=$$

$$=\left[\frac{1}{2}\cdot 2x+\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\cdot 6x^5-(-2)\cdot(x^{-3})-\frac{1}{\sin^2 x}+tg5\cdot 1+0\right]dx=$$

$$=\left(x+\sqrt{x}-3x^5+\frac{2}{x^3}-\frac{1}{\sin^2 x}+tg5\right)dx$$

Получено исходное **подынтегральное выражение**, значит, интеграл найден правильно.

Пример 2

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int\left(\frac{1}{x}+x^2\ln 5-\frac{4}{\sqrt{x}}+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}}+\frac{7}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$$

Решение

$$\int\left(\frac{1}{x}+x^2\ln 5-\frac{4}{\sqrt{x}}+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}}+\frac{7}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx=$$
$$=\int\frac{dx}{x}+\ln 5\int x^2dx-4\int x^{-\frac{1}{2}}dx+\frac{1}{3}\int x^{-\frac{4}{3}}dx+7\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=$$
$$=\ln|x|+\ln 5\cdot\frac{1}{3}x^3-4\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)}\cdot x^{-\frac{1}{3}}+7\arcsin x+C=$$
$$=\ln|x|+\frac{(\ln 5)\cdot x^3}{3}-8\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt[3]{x}}+7\arcsin x+C,\ \textit{где } C=const$$

Практические занятия: №8.
Задачи на вычисление определенных интегралов

Содержание и последовательность выполнения заданий

Краткие теоретические сведения

Определенный интеграл функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$ - это предел, к которому стремится интегральная сумма $\sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i$, при стремлении к нулю длины наибольшего частичного отрезка.

$$\int_a^b f(x)dx=\lim_{\Delta x_i\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i\text{ , где}$$

a - нижний предел интегрирования, b - верхний предел интегрирования.

Для вычисления определенного интеграла служит *формула Ньютона-Лейбница:*

$$\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a).$$

Геометрический смысл определенного интеграла.

Если интегрируемая на отрезке $[a;b]$ функция $y=f(x)$ неотрицательна, то $\int_a^b f(x)dx$ численно равен площади криволинейной трапеции: $\int_a^b f(x)dx=S_{кр.тр.}$

Задание 1. Вычисление интегралов с объяснением

Пример 1.

Вычислите определенный интеграл $\int_0^1(5x^5+4x^3-5x-2)dx$.

Решение.

$$\int_0^1(5x^5+4x^3-5x-1)dx=5\int_0^1 x^5dx+4\int_0^1 x^3dx-5\int_0^1 xdx-2\int_0^1 dx=\left(\frac{5x^6}{6}+\frac{4x^4}{4}-\frac{5x^2}{2}-2x\right)\Bigg|_0^1=$$
$$=\left(\frac{5\cdot 1^6}{6}+\frac{4\cdot 1^4}{4}-\frac{5\cdot 1^2}{2}-2\cdot 1\right)-0=-4\frac{1}{3}$$

Пример 2.

Вычислите определенный интеграл $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$.

Решение.

$$\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = -(ctg\frac{\pi}{3} - ctg\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{3}}{3} + 1 = \frac{1-\sqrt{3}}{3}.$$

Задание 2. Индивидуальные задания

Вычислить определенный интеграл методом непосредственного интегрирования

1. $a)\int\limits_1^2 \left(3x^2 - 2x\right)dx$ $\quad b)\int\limits_{\Pi}^{2\Pi} \frac{\cos x}{6}dx$

2. $a)\int\limits_{-2}^1 \left(x^2 - x\right)dx$ $\quad b)\int\limits_{-\Pi/6}^{\Pi/6} \frac{6dx}{cos^2 2x}$

3. $a)\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 3\cos xdx$ $\quad b)\int\limits_0^2 (1-\frac{x}{2})^4 dx$

4. $a)\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3}{\cos^2 x}dx$ $\quad b)\int\limits_{-1}^4 (1+\frac{x}{2})^8 dx$

5. $a)\int\limits_1^2 \left(4x^3 + 2x\right)dx$ $\quad b)\int\limits_0^{\Pi} \frac{3dx}{\cos^2(\frac{x}{2} - \frac{\Pi}{3})}$

11. $a)\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3}{\cos^2 \frac{1}{2}x}dx$ $\quad b)\int\limits_2^3 (1-x)^4 dx$

12. $a)\int\limits_0^{\frac{3}{2}\pi} \cos\frac{1}{3}xdx$ $\quad b)\int\limits_{-1}^4 (1+\frac{x}{2})^8 dx$

13. $a)\int\limits_2^3 \left(3x^2 - 2x\right)dx$ $\quad b)\int\limits_{-\Pi/2}^{\Pi/2} 3\sin xdx$

14. $a)\int\limits_0^{\pi} \left(3\sin\frac{1}{2}x\right)dx$ $\quad b)\int\limits_1^0 (1-2x)^4 dx$

15. $a)\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \left(36\cos 2x\right)dx$ $\quad b)\int\limits_{-2}^3 \frac{2dx}{(3-x^2)}dx$

21. $a)\int\limits_1^2 \left(4x^3 - 3x^2\right)dx$ $\quad b)\int\limits_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$

22. $a)\int\limits_0^{\frac{\pi}{9}} \left(2\cos 3x\right)dx$ $\quad b)\int\limits_0^2 (1-\frac{x}{2})^4 dx$

23. $a)\int\limits_0^{\frac{\pi}{12}} \left(108\sin 6x\right)dx$ $\quad b)\int\limits_{-1}^1 (7-5x)dx$

24. $a)\int\limits_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{4}{\cos^2 2x}dx$ $\quad b)\int\limits_{-2}^1 (4x^3 + 6x)dx$

25. $a)\int\limits_1^2 \left(5x^4 - 6x^2\right)dx$ $\quad b)\int\limits_1^9 \sqrt{8x-5}dx$

Практическое задание: № 9.
Контрольная работа № 1

Содержание и последовательность выполнения заданий

Вариант № 1.

А 1 Найдите производную функции $y = 1{,}5x^6 - 2x^2 + 4x - 5$**.**

1) $y' = 6x^5 - 4x + 4$ **2)** $y' = 9x^5 - 4x + 4$ **3)** $y' = 1{,}5x^5 - 4x + 4$ **4)** $y' = 9x^5 - 2x + 4$

А 2 Найдите значение производной функции $f(x) = x^2 + 2x - 1$ **в точке** $x_0 = 0$**.**

1) -1 2) 4 3) 2 4) 0

А 3 Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 - 11$ **в точке с абсциссой** $x_0 = 2$**.**

1) 0 2) -11 3) -15 4) -26

А 4 Найдите критические точки функции $f(x) = x^2 + 6x$**.**

1) 0 2) 3 3) -3 4) -6

А 5 Укажите промежуток, на котором функция $y = x^2 - 6x + 4$ **убывает.**

1) $(-\infty;-3]$ 2) $(-\infty;3)$ 3) $(-\infty;3]$ 4) $[3;\infty)$

А 6 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 4x - x^2$ **на отрезке** $[1;6]$**.**

1) 36 2) 4 3) 15 4) 3

А 7 Тело движется по закону $S(t) = 16t - 2t^3$**. Найдите скорость тела через 1 секунду после начала движения.**

1) 14 2) 13 3) 8 4) 10

В 1 Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 8x + 15$**;** $x = 0$**;** $x = 3$**;** $y = 0$**.**

В 2 Для функции $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-1}}$ **найдите общий вид первообразных.**

В 3 Запишите уравнение касательной к графику функции в $f(x) = 4x^2 + 6x - 3$ **точке** x_0 **= 0.**

Вариант № 2.

А 1 Найдите производную функции $y = 2{,}5x^4 + 3x^2 - 6x + 12$**.**

1) $y' = 4x^3 + 6x - 6$ 2) $y' = 10x^3 + 6x - 6$ 3) $y' = x^3 + 6x - 6$ 4) $y' = x^3 + 2x - 6$

А 2 Найдите значение производной функции $f(x) = x^2 + 3x - 4$ **в точке** $x_0 = 0$**.**

1) 4 2) - 4 3) 3 4) 0

А 3 Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 4x^2 + 7$ **в точке с абсциссой** $x_0 = 2$**.**

1) 0 2) 4 3) - 1 4) - 4

А 4 Найдите критические точки функции $f(x) = 10x - x^2$.

1) 0 2) 5 3) -5 4) 10

А 5 Укажите промежуток, на котором функция $y = x^2 + 2x + 3$ возрастает

1) $(-\infty;-1)$ **2)** $[-\infty;-1]$ **3)** $(-\infty;-1]$ **4)** $[-1;\infty)$

А 6 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^2 - 2x$ на отрезке $[0;4]$.

1) 0 2) - 13 3) -1 4) 6

А 7 Тело движется по закону $S(t) = 12t - 3t^3$. Найдите скорость тела через 1 секунду после начала движения.

1) 3 2) 9 3) 6 4) 4

В 1 Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6x + 12$; $x = 0$; $x = 3$; $y = 0$.

В 2 Для функции $f(x) = \dfrac{2}{(3-2x)^2}$ найдите общий вид первообразных.

В 3 Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$ в точке $x_0 = 0$.

Практическое задание: № 10.
Содержание и последовательность выполнения заданий
1 вариант.

1. Решите уравнение:

$A_x^4 \cdot P_{x-4} = 42 \cdot P_{x-2}$ $\qquad P_{n+2} = 132 \cdot A_n^m \cdot P_{n-m}$

2. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?

3. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?

4. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?

5. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?

6. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для генеральной уборки класса требуется выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

7. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

8. В цехе работают 10 мужчин и 5 женщин. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины.

9. В урне 10 белых и 5 черных шаров. Сколькими способами можно наугад вынуть 3 шара, чтобы 2 шара оказались белыми, а один черным?

10. Отдел технического контроля обнаружил 15 бракованных ламп в партии из случайно отобранных 200 ламп. Найти относительную частоту появления бракованных ламп.

11. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,8. найти число годных приборов, если всего было проверено 250 приборов.

2 вариант.

1. Решите уравнение:

$$P_{x+5} = 240 \cdot P_{x-c} \cdot A_{x+3}^{c+3} \qquad\qquad 12 \cdot C_{n+3}^{n-1} = 55 \cdot A_{n+1}^{2}$$

2. Сколькими способами можно расставить на полке семь книг?

3. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют семь команд?

4. Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

5. На полке стоит 4 энциклопедии и 11 детективов. Сколькими способами можно выбрать пять детективов и две энциклопедии?

6. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?

7. В урне имеется 20 шаров, среди которых 12 красного цвета. Из урны наудачу извлекают 5 шаров. Найти вероятность того, что извлеченные шары не красные.

8. В партии из 15 деталей имеется 3 стандартных. Наудачу отобраны 4 детали. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 2 стандартных.

9. В группе 20 юношей и 10 девушек. Сколькими способами можно избрать трех юношей и двух девушек для участия в слете студентов?

10. По цели произведено 40 выстрелов, причем зарегистрировано 37 попаданий. Найти относительную частоту промахов.

11. При испытании партии телевизоров относительная частота бракованных телевизоров оказалась равной 0,15. найти число качественных телевизоров, если было проверено 400 телевизоров.

Практическое задание: № 11.
Контрольная работа № 2
Содержание и последовательность выполнения заданий

Задание 1

В коробке 12 зеленых, 5 красных, 6 синих карандашей. Из коробки наудачу берут три карандаша. Какова вероятность того, что все они будут синими? Рассмотреть случаи, когда карандаши:

а) не возвращают в коробку;

б) возвращают в коробку.

Решение:

а) Событие А – все три вынутые без возращения в коробку карандаши синие.

Согласно классическому определению вероятность события А равна:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

В коробке 12+5+6=23 карандаша.

Общее число исходов равно:

$$n = C_{23}^{3} = \frac{23!}{3!20!} = \frac{23 \cdot 22 \cdot 21}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1771$$

Благоприятное число способов равно:

$$m = C_{6}^{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{20}{1771} \approx 0{,}011$$

Ответ: вероятность того, что все три вынутые без возращения в коробку карандаши синие, равна 0,011.

б) Событие В – все три вынутые с возращением в коробку карандаши синие, то есть три раза будут выниматься 1 синий шар из 23.

Вероятность извлечения одного синего карандаша p = 6/23.

Воспользуемся схемой Бернулли:

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$$

q = 1-6/23=7/23

n = 3

m=3

$$P(B) = P_3(3) = C_3^3 p^3 q^0 = 1 \cdot \left(\frac{6}{23}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{23}\right)^0 = \frac{216}{12167} \approx 0{,}018$$

Ответ: вероятность того, что все три вынутые с возращения в коробку карандаши синие, равна 0,018.

Задание 2

Из колоды в 32 карты наугад вынимают 5. Найти вероятность того, что среди них окажется ровно один туз.

Решение:

Событие A – из вынутых наугад 5 карт, ровно один туз.

Согласно классическому определению вероятность события A равна:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Пусть детали пронумерованы с 1 до 80, с 1 до 20 стандартные и с 21 по 80 не стандартные.

Общее число исходов равно:

$$n = C_{32}^5 = \frac{32!}{5!27!} = \frac{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 201376$$

Благоприятное исход состоит в том, что вынут 1 туз из 4-х возможных и 4 другие карты из оставшихся 28, таким образом, число благоприятных способов равно:

$$m = C_4^1 \cdot C_{28}^4 = \frac{4!}{1!3!} \cdot \frac{28!}{4!24!} = \frac{4}{1} \cdot \frac{28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 81900$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{81900}{201376} = \frac{2925}{7192} \approx 0{,}407$$

Ответ: вероятность того, что из вынутых наугад 5 карт, ровно один туз, равна 0,407.

Практическое задание: № 12.
Действия над матрицами

Содержание и последовательность выполнения заданий

Задание 1. Письменный опрос теоретического материала

1. Определение матрицы и ее обозначение.
2. Линейные операции над матрицами (сложение матриц и умножение матрицы на число)
3. Умножение квадратных матриц третьего порядка.
4. Правила умножения прямоугольных матриц.
5. Виды матриц.
6. Равные матрицы. Транспонированная матрица.
7. Умножение квадратных матриц второго порядка.
8. Свойства умножения матриц.

Задание 2. Выполнить действия

1. Найти матрицу, противоположную матрице А = $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Для нахождения противоположной матрицы умножаем матрицу А на к = -1: - А = $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -5 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix}$.

2. Найти линейную комбинацию 3А - 2В, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & -7 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение. Сначала находим произведение А на $к_1$ = 3 и В на $к_2$ = -2:

$$3A = \begin{pmatrix} 6 & -12 & 0 \\ -3 & 15 & 3 \\ 0 & 9 & -21 \end{pmatrix},\ -2B = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ 0 & 6 & -10 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Теперь найдем сумму полученных матриц:

$$3A - 2B = \begin{pmatrix} 6-8 & -12+2 & 0+4 \\ -3+0 & 15+6 & 3-10 \\ 0-4 & 9+0 & -21+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -10 & 4 \\ -3 & 21 & -7 \\ -4 & 9 & -13 \end{pmatrix}.$$

3. Найти произведение АВ, если А = $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$, В = $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Решение. $AB = \begin{pmatrix} 0\cdot 3+(-1)\cdot 2+2\cdot 1 & 0\cdot 1+(-1)\cdot 1+2\cdot 0 \\ 2\cdot 3+1\cdot 2+1\cdot 1 & 2\cdot 1+1\cdot 1+1\cdot 0 \\ 3\cdot 3+0\cdot 2+1\cdot 1 & 3\cdot 1+0\cdot 1+1\cdot 0 \\ 3\cdot 3+7\cdot 2+1\cdot 1 & 3\cdot 1+7\cdot 1+1\cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 9 & 3 \\ 10 & 3 \\ 24 & 10 \end{pmatrix}$.

Практическое задание: № 13.
Решение систем линейных алгебраических уравнений различными способами

Содержание и последовательность выполнения заданий

Задание 1. Примеры СЛАУ методом Гаусса

В данном разделе на трех различных примерах покажем, как методом Гаусса можно решить СЛАУ.

Пример 1. Решить СЛАУ 3-го порядка.

$$\begin{cases} 2x+y-z &= 8 \\ -3x-y+2z &= -11 \\ -2x+y+2z &= -3 \end{cases}$$

Обнулим коэффициенты при x во второй и третьей строчках. Для этого домножим их на 2/3 и 1 соответственно и сложим с первой строкой:

$$\begin{cases} 2x + y - z &= 8 \\ \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}z &= \frac{2}{3} \\ 2y + z &= 5 \end{cases}$$

Теперь обнулим коэффициент при y в третьей строке, домножив вторую строку на 6 и вычитая из неё третью:

$$\begin{cases} 2x + y - z &= 8 \\ 2y + 2z &= 4 \\ z &= -1 \end{cases}$$

В результате мы привели исходную систему к треугольному виду, тем самым закончив первый этап алгоритма.

На втором этапе разрешим полученные уравнения в обратном порядке.

Имеем:

$z = -1$ из третьего;

$y = 3$ из второго, подставив полученное z;

$x = 2$ из первого, подставив полученные z и y.

В случае, если число уравнений в совместной системе получилось меньше числа неизвестных, то тогда ответ будет записываться в виде фундаментальной системы решений.

Пример 2. Решить неопределенную СЛАУ 4-го порядка:

5. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Оценка теоретических знаний

Оценка 5 – «отлично» выставляется, если обучающийся имеет глубокие знания учебного материала по теме практической работы, показывает усвоение взаимосвязи основных понятий используемых в работе, смог ответить на все уточняющие и дополнительные вопросы.

Оценка 4 – «хорошо» выставляется, если обучающийся показал знание учебного материала, усвоил основную литературу, смог ответить почти полно на все заданные дополнительные и уточняющие вопросы.

Оценка 3 – «удовлетворительно» выставляется, если обучающийся в целом освоил материал практической работы, ответил не на все уточняющие и дополнительные вопросы.

Оценка 2 – «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала практической работы, который полностью не раскрыл содержание вопросов, не смог ответить на уточняющие и дополнительные вопросы.

Оценка практических навыков

Оценка «5» - ставится, если обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, определяет взаимосвязи между показателями задачи, даёт правильный алгоритм решения, определяет междисциплинарные связи по условию задания.

Оценка «4» - ставится, если обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, имея неполное понимание междисциплинарных связей при правильном выборе алгоритма решения задания.

Оценка «3» - ставится, если обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, требующий наводящих вопросов преподавателя, выбор алгоритма решения задачи возможен при наводящих вопросах преподавателя.

Оценка «2» - ставится, если обучающийся дает неверную оценку ситуации, неправильно выбирает алгоритм действий.

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Методические рекомендации разработаны в соответствии с программой учебной дисциплины ЕН.02 Математика и предназначены для обучающихся специальности 33.02.01 Фармация.

Самостоятельная работа выполняется обучающимся по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа обучающихся, оказывающая эффективное влияние на формирование личности будущего специалиста, планируется обучающимся самостоятельно. Каждый обучающийся сам определяет режим своей работы и меру труда, затрачиваемого на овладение учебным содержанием по каждой дисциплине. Он выполняет самостоятельную работу по личному, индивидуальному плану, в зависимости от его подготовки, располагаемого времени и других условий.

Во время самостоятельной подготовки обучающиеся должны быть обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных, к информационным ресурсам сети Интернет.

Объем времени, отведенный на самостоятельную работу, представляет собой логическое продолжение аудиторных занятий.

В ходе самостоятельной работы при изучении дисциплины ЕН.02 Математика обучающимся рекомендуется обратить внимание на следующие основные вопросы:

1. Определение производной функции.
2. Правила нахождения производной функции.
3. Какие функции называются дифференцируемыми.
4. Какая функция называется сложной.
5. Как найти производную сложной функции.
6. Что называется производной второго порядка.
7. Что называется производной $n-го$ порядка.
8. Что называется дифференциалом функции.
9. Что называется дифференциалом второго порядка.
10. Что называется дифференциалом $n-го$ порядка. По какой формуле он вычисляется.
11. Основные правила дифференцирования

- производная суммы или разности двух функций
- производная произведения функций
- производная частного функций
- производная сложной функции

12. Дайте определение максимума (минимума) функции в точке. Что можно сказать о знаке приращения функции в достаточно малой окрестности точки максимума (минимума).
13. Каковы необходимые условия существования экстремума функции. Каков их геометрический смысл.
14. Каково правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
15. Дайте определение выпуклости (вогнутости) кривой на промежутке.
16. Каково правило отыскания интервалов выпуклости и вогнутости кривой.
17. Точка перегиба кривой. Как ее найти.
18. Что называют определенным интегралом функции $f(x)$.
19. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла.
20. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$.
21. Сформулируйте необходимое и достаточное условия интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
22. Запишите свойства определенного интеграла.
23. Что называется перестановкой из n элементов.
24. .Какой смысл имеет запись n! .

25. .По какой формуле вычисляют число перестановок из n элементов.
26. Что называется размещением из n элементов по k.
27. По какой формуле вычисляют число размещений из n элементов по k.
28. Что называется сочетанием из n элементов по k.
29. .По какой формуле вычисляют число сочетаний из n элементов по k.
30. Какое событие называют достоверным.
31. Какое событие называют невозможным.
32. Дайте определение противоположных событий.

При изучении дисциплины ЕН.02 Математика рекомендуется следующая последовательность обучения: вначале обучающимся необходимо ознакомиться и проработать учебный материал по учебникам и лекциям, затем следует обратиться к дополнительной литературе.

7. ЦЕЛИ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- решать обыкновенные дифференциальные уравнения;
- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;
- находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;
- вычислять определенные интегралы различными методами;
- вычислять пределы последовательности и функции.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основы интегрального и дифференциального исчисления;
- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки.
- значение математики в профессиональной деятельности.

8. ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.02 МАТЕМАТИКА

– Подготовка рефератов (докладов, сообщений, эссе)
– Составление схем
– Решение практических заданий
– Составление и решение тестовых заданий
– Подготовка ответов на контрольные вопросы
– Систематическая проработка конспектов занятий, учебной и специальной юридической литературы (по вопросам к параграфам, главам учебных пособий, составленным преподавателем).

РАБОТА С ТЕКСТОМ НПА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПРАВОЧНО-ПРАВОВЫХ СИСТЕМ, ПРЕДОСТАВЛЕННЫХ СЕТЬЮ INTERNET.

Во время самостоятельной деятельности, в процессе лекционных и семинарских занятий у обучающихся формируются навыки работы с нормативно-правовыми актами, регулирующими рациональное использование природных ресурсов и защиту окружающей природной среды.

Прежде чем приступить к анализу первоисточника, необходимо прочитать документ, получить представление о его структуре. Это первый аспект работы с текстом правового документа. Второй аспект представляет собой запись основных положений и идей первоисточника.

Обучающиеся в ходе работы с правовым актом воспроизводят отдельные положения текста, осуществляют его анализ.

Особое внимание следует обратить на встречающиеся в первоисточнике экологические термины. Без усвоения основных терминов невозможно эффективное изучение правового источника, его понимание.

После ознакомления с текстом и терминами следует приступить к выполнению поставленного задания. На данном этапе обучающиеся самостоятельно ищут ответы на поставленные перед ними вопросы. Эта деятельность помогает развитию умения структурировать информацию, выделять основные моменты.

В результате систематической работы с текстом нормативно-правового акта у обучающегося развивается умение самостоятельно вести поиск правовой базы, уяснять смысл правовых терминов, использовать их в практической работе.

Для того чтобы обучающийся имел постоянный доступ к НПА он может использовать сеть Internet.

Одним из эффективных путей совершенствования самостоятельной работы является использование обучающимся Интернет-ресурсов, основными достоинствами которых являются:

– реализации принципа индивидуальной работы;

– наличие быстрой обратной связи; большие возможности наглядного предъявления материала; активность обучающихся; креативность.

Кроме того, одним из достоинств Интернета является предоставление бесплатного доступа к справочно-правовым системам.

На сегодняшний день в России и СНГ существует множество справочно-правовых систем, основные среди них:

– Гарант, КонсультантПлюс, Кодекс; Референт Государственные системы;

– Информационно-поисковая система «Закон» (ИПС «Закон»), Научно- технический центр правовой информации «Система» (НТЦ «Система»);

– Федеральное бюджетное государственное учреждение «Научный центр правовой информации при Министерстве юстиции Российской Федерации»;

– (http://www.scli.ru/bd)., Информационно-правовая система «Законодательство России» (http: //pravo. gov. ru/ip s. html).

Все это позволяет обучающемуся найти необходимый НПА в действующей редакции, с актуальными изменениями в законодательстве.

9. ВНЕАУДИТОРНАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.02 МАТЕМАТИКА

№ п/п	Тема самостоятельной работы	Кол-во часов	Вид самостоятельной работы	Результат работы	Сроки выполнения
1	**Тема 1.1.1** Дифференциальное исчисление	1	1.Записать в словарь термины и дать им определение; 2. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 3. Подготовка ответов на контрольные вопросы. Подготовка рефератов по теме «Роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности»	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
2	**Тема 1.1.2** Производная сложной функции	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка ответов на контрольные вопросы. 3. Вычисление производных сложной функции	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
3	**Тема 1.1.3** Производные высших порядков	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка ответов на контрольные вопросы. 3. Решение примеров по образцу по теме «Дифференциальное исчисление»	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
4	**Тема 1.1.4** Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка к устному/письменному опросу по теме «Дифференциальное исчисление». 3. Решение примеров по образцу по теме	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие

			«Дифференциальное исчисление»		
5	**Тема 1.2.1** Исследование функции при помощи производных	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка к практической работе по теме «Исследование функции при помощи производных»	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
6	**Тема 1.2.2** Исследование и построение графиков сложных функций	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка к практической работе по теме «Исследование и построение графиков сложных функций»	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
7	**Тема 1.3.1** Основные свойства неопределенного интеграла	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка ответов на контрольные вопросы. Подготовка к устному/письменному опросу по теме «Интегральное исчисление».	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
8	**Тема 1.3.2** Основные свойства определенного интеграла	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. Решение примеров по образцу по теме «Интегральное исчисление».	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
9	**Тема 1.4.1** Основные приемы вычисления площадей с помощью интегралов	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка к контрольной работе «Основные методы интегрирования»	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
10	**Тема 2.1.1** Предмет теории вероятностей	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка к устному/письменному опросу по теме «Основные понятия и методы теории вероятностей». 3. Решение примеров по образцу по теме «Вычисления вероятностей.	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие

11	**Тема 2.1.2.** Введение в математическую статистику	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка к контрольной работе «Решение простейших задач теории вероятностей»	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
12	**Тема 3.1.1** Матрицы. Действия с матрицами	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка к устному/письменному опросу по теме «Основные понятия и методы линейной алгебры».	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
13	**Тема 3.1.2.** Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	1	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовиться к тестам	Устные ответы на вопросы	на практическое занятие
14	**Тема 4.1.1.** Введение в теорию комплексных чисел.	2	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Решение примеров.	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
	Всего:	**15**			

Самостоятельная работа №1.
Дифференциальное исчисление

Цель: расширение теоретических знаний и развитие практических умений по теме «Дифференциальное исчисление», развитие умений проводить поиск необходимой информации в источниках различного типа и представлять результаты изучения материала в форме реферата, закрепление навыков работы с контурной картой; знание карты.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, аналитическая обработка текста, подготовка реферата.

Задание

Написать реферат на тему «Роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности».

Формат выполненной работы: реферат

Критерии оценки реферата: соответствие теме; глубина проработки материала; правильность и полнота использования источников; владение терминологией и культурой речи; оформление реферата.

Контроль выполнения: защита реферата.

Самостоятельная работа №2.
Производная сложной функции

Цель: отработка навыков вычисления производной функций и практического применения производной.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, вычисление производных сложной функции.

Задание 1.

Найти производную сложной функции.

1 Вариант

1) y=sin(2x+3).

2) y=cos(5-7x).

$3) y = \sqrt{4x^3 - 12x + 8.}$

$4) y = \ln(5x^7 - 3x - 11)$

$5) y = ctg\frac{4x}{11}$

$6) y = tg(5x + \frac{\pi}{8})$

$7) y = (3x - 17)^{10}$

Найти производную сложной функции.

2 Вариант

$1) y = (6x^3 - 7)^4;$

$2) y = \sqrt{3x^2 - 8x + 5};$

$3) y = \sin(3x - \frac{\pi}{12});$

$4) y = \cos^5 x;$

$5) y = \ln(7\sin x + 5x).$

Формат выполненной работы: отчет о выполнение самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

Критерии оценки:

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

Контроль выполнения: выступление на теоретических и практических занятиях.

Самостоятельная работа № 3.
Производные высших порядков

Цель: отработка навыков вычисления производной функций и практического применения производной.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, вычисление производных высших порядков.

Задание 1.

1. Дана функция $y = e^{3x}$. Найти $y^{(4)}$.
2. Найти $y^{(5)}$ функции $y = 5^x$. Записать производную n-го порядка
3. Найти $y^{(10)}$ для функции $y = \ln(2x-1)$.
4. Найти $y^{(20)}$ функции $y = \dfrac{1}{x-2}$.
5. Найти $y^{(8)}$ функции $y = \sqrt{x-2}$.

Самостоятельная работа № 4.
Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков

Цель: закрепить понятие дифференциала функции и его приложения к приближенным вычислениям.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, нахождение дифференциала функций

Задание 1.

1. Найти производные заданных функций

а). $y = \left(4x^4 - 6/x^3\right)^4$; б). $y = \arcsin 3x$; в). $y = 3\sin^5(4x-5)$.

2. Исследуйте функцию и постройте ее график. $y = x^3 + 2x^2 - 4x$.
3. Найти производную n-го порядка для функции $y = e^{3x}$.
4. Найти d^3y для функции $y = \cos^2 x$.

Самостоятельная работа № 5.
Исследование функции при помощи производных

Цель: закрепление умений исследовать функции при помощи производной, применять производную при решении задач на максимум и минимум.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, вычисление производных функции.

Задание 1.

1. Найти промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 3x$?
2. Найти точки экстремума функции $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x$
3. Чему равно наибольшее и наименьшее значение функции $y = -x^2 + 4x + 2$ на промежутке $[0;4]$
4. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$
5. Найдите точку перегиба к графику функции а) $y = x^3 - 3x^2 + 1$; б) $y = 2\cos 2x$
6. Исследовать с помощью производной функцию и постройте график

а) $f(x) = 2 - 3x^2 - x^3$;   б) $f(x) = \frac{4x^2+1}{x}$

Самостоятельная работа № 6.

Исследование и построение графиков сложных функций

Цель: Закрепить основные знания по теме «Применение производной к исследованию функций», отработать навыки исследования функции и построение графика.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, вычисление производных функции, построение графиков

Задание 1.

Исследовать функцию и по результатам исследования построить график.

$$f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$$

Задание 2.

Исследовать функцию и построить график.

$$f(x) = x^3 - \frac{x^4}{4}$$

Задание 3.

Методами дифференциального исчисления исследовать функцию и построить её график.

$$y = f(x) = \frac{x^2}{x^2+3}$$

Задание 4.

Провести полное исследование функции и построить её график.

$$y = f(x) = xe^{-x^2}$$

Самостоятельная работа № 7.

Основные свойства неопределенного интеграла

Задание 1.

Вопросы для самоконтроля

1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
2. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
3. Сформулируйте теорему о существовании первообразной функции.
4. Первообразная определяется неоднозначно. Как это нужно понимать?
5. Что называется неопределенным интегралом?

Формат выполненной работы: отчет о выполнение самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

Критерии оценки:

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

Контроль выполнения: выступление на теоретических и практических занятиях.

Самостоятельная работа № 8.

Основные свойства определенного интеграла

Цель: отработка навыков вычисления определенного интеграла

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, вычисление интегралов.

Задание 1.

Найти неопределенный интеграл

1. $\int arctg(\sqrt[3]{6x-1})dx$
2. $\int e^{\sqrt{x}}dx$
3. $\int \sin\sqrt{x}dx$
4. $\int \frac{tg\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}}$

Задание 2.

Ответы на вопросы

1. Какие случаи расположения плоских фигур рассмотрели в задании 2?
2. Как вычисляли площади фигуры в каждом случае?
3. Что называют определенным интегралом функции $f(x)$?
4. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
5. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$.
6. Сформулируйте необходимое и достаточное условия интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
7. Запишите свойства определенного интеграла.
8. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
9. Расскажите об основных методах интегрирования определенного интеграла.

Самостоятельная работа № 9.

Основные приемы вычисления площадей с помощью интегралов

Цель: отработка навыков вычисления интегралов.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, вычисление интегралов.

Задание 1.

Вычислите интеграл

1. $\int_1^2 \left(3x^2 - 4x - \frac{2}{x^2}\right)dx$
2. $\int_1^4 \left(\frac{4}{x^2} + 2x - 3x^2\right)dx$
3. $\int_1^2 \left(3x^2 - 4x - \frac{2}{x^2}\right)dx$
4. $\int_1^4 \left(\frac{4}{x^2} + 2x - 3x^2\right)dx$
5. $\int \frac{dx}{\sin^2(2-3x)}$.
6. $\int \frac{dx}{\cos^2\left(\frac{x}{4}-1\right)}$
7. $\int \frac{dx}{\sin^2(2-3x)}$.
8. $\int \frac{dx}{\cos^2\left(\frac{x}{4}-1\right)}$

Самостоятельная работа № 10.

Решение простейших задач теории вероятностей

Цель: закрепление навыков решать задачи по теории вероятностей.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, решение задач

Задание 1.

Решить задачи

1. Из 1000 собранных на заводе телевизоров 5 штук бракованных. Эксперт проверяет один наугад выбранный телевизор из этой 1000. Найдите вероятность того, что проверяемый телевизор окажется бракованным.

2. В урне 9 красных, 6 жёлтых и 5 зелёных шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется жёлтым?

3. Петя, Вика, Катя, Игорь, Антон, Полина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

4. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

5. В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России.

6. На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

7. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

8. В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьевкой распределяются на 4 группы: A, B, C и D. Какова вероятность того, что команда России не попадает в группу А?

9. На турнир по шахматам прибыло 26 участников в том числе Коля и Толя. Для проведения жеребьевки первого тура участников случайным образом разбили на две группы по 13 человек. Найти вероятность того, что Коля и Толя попадут в разные группы.

10. В классе 16 учащихся, среди них два друга —Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.

Самостоятельная работа № 11.
Введение в математическую статистику

Цель: закрепление навыков решать задачи по теории вероятностей.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, решение задач

Задание 1.

Решить задачи:

1. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на 3?
2. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.
3. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже 36,8°С равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется 36,8°С или выше.

4. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

5. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Углы», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Параллелограмм», равна 0,6. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем

Самостоятельная работа № 12.
Матрицы. Действия с матрицами

Цель: отработка навыков вычисления матриц

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, вычисление матриц.

Задание 1

1-3. Сложить матрицы A и B:

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -7 & 4 \\ 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.
3. $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 0 \\ -2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -7 & -4 & -1 \\ 2 & -5 & 0 \end{pmatrix}$.

1-3. Вычислить линейные комбинации матриц:

1. 2A – B, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.
2. 3A + 2B, если $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 5 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$,
3. 2A + 3B –C, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -7 & -4 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}$

1-3. Найти произведения матриц:

1. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.
2. $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
3. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1-4. Найти произведение AB:

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Задание 2

Вычислить С = A^2+2В, где

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$

Найти АВ-ВА, где

$\text{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \text{B} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Найти 3А*2В, если

$\text{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \text{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

Найти АЕ, если

$\text{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 6 \end{pmatrix}$, $\text{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Найти ЕА, если

$\text{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\text{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

Самостоятельная работа № 13.
Решение систем линейных алгебраических уравнений различными способами

Цель: отработка навыков решения систем линейных алгебраических уравнений различными способами.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, решение систем линейных алгебраических уравнений различными способами

Задание 1.

1. Решите систему уравнений способами алгебраического сложения, подстановки, графическим и по формулам Крамера:

а) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ x + 11y = 6 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + y = \dfrac{1}{5} \\ 4x + 2y = \dfrac{1}{3} \end{cases}$

2. Решите систему уравнений по формулам Крамера:

$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 3x + 2y + z = 10 \\ 4x - 3y - 2z = 4 \end{cases}$

3. Решите систему уравнений по формулам Крамера:

$\begin{cases} (a + в)x - (a - в)y = 4aв \\ (a - в)x + (a + в)y = 2(a^2 - в^2) \end{cases}$

4. При каком значении a система $\begin{cases} 2x - ay = 24 \\ 8x + 16y = 96 \end{cases}$ имеет бесконечно много решений?

Самостоятельная работа № 14.
<u>Решение систем линейных алгебраических уравнений различными способами</u>

Цель: отработка навыков решения систем линейных алгебраических уравнений различными способами.

Самостоятельная работа обучающихся: работа с дополнительной литературой, решение систем линейных алгебраических уравнений различными способами

Задание 1.

1.Решите систему уравнений способами алгебраического сложения, подстановки, графическим и по формулам Крамера:

а) $\begin{cases} 3x-4y=-11 \\ 2x-2y=5 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x-y=\dfrac{1}{5} \\ 6x-2y=\dfrac{2}{5} \end{cases}$

2.Решите систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 5x+y-3z=-2 \\ 4x+3y+2z=16 \\ 2x-3y+z=17 \end{cases}$$

3.Решите систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} ax-вy=a^2+в^2 \\ вx+ay=a^2+в^2 \end{cases}$$

4.При каком значении *а* система $\begin{cases} 4x+3y=124 \\ 2x+ay=71 \end{cases}$ не имеет решений?

10. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАБОТЕ С ТЕКСТОМ

Умения работать с заголовком учебного текста, информацией:

– формулировать вопросы к заголовку;
– выделять какими знаниями, умениями по данной теме уже владеете;
– установить, почему именно эти слова вынесены в заголовок;
– предвосхищать, что из ранее неизвестного может открыться;
– осознать, что неизвестно по этой теме;
– переформулировать заголовок в форму вопроса.

Умения, необходимые для структурирования информации:

– делить информацию на относительно самостоятельные смысловые части;

– выделять в смысловой части главное (с точки зрения поставленной учебной задачи) и вспомогательное, новое и уже знакомое;

– выделять в смысловой части, о чем говорится (объект) и что о нем говорится;

– оценивать информативную значимость выделенных мыслей – соотносить их с теми или иными категориями содержательной структуры информации (фактами, явлениями, понятиями, законами, теориями);

– определять логические и содержательные связи и отношения между мыслями информации;

– выделять «смысловые и опорные пункты», элементы информации, несущие основную смысловую нагрузку (термины, понятия, формулы, рисунки и др.);

– группировать по смыслу выделенные при анализе информации мысли, объединяя их в более крупные части;

– формулировать главные мысли этих частей, всей информации;
– обобщать то, что в тексте дано конкретно;
– конкретизировать то, что дано обобщено;
– доказывать, аргументировать то, что не доказано, но требует доказательства;
– выделять трудное, непонятное;
– формулировать вопрос по учебной информации;
– выделять противоречия с ранее известным, с собственным опытом;
– соотносить результаты изучения с поставленными целями, вопросами;
– синтезировать информацию, полученную из разных источников.

Умения письменной фиксации результатов работы с учебной информацией:
– составлять план (простой или сложный), отражать информацию графически;
– отражать содержание информации тезисно;
– составлять конспект (следящий, структурный и др.)

Коммуникативные умения:
– устно характеризовать систему вопросов, освещенных в учебной информации;
– тезисно излагать содержание информации;
– развернуто излагать содержание.

Умения контролировать свою работу с учебной информацией:
– воспроизводить изученное;
– составлять тезаурус понятий темы;
– подбирать, конструировать задания на применение изученного;
– приводить собственные примеры;
– устанавливать связи изученного с ранее известным.

11. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОФОРМЛЕНИЯ И НАПИСАНИЯ РЕФЕРАТА

«Реферат» имеет латинские корни и в дословном переводе означает «докладываю, сообщаю». Словари определяют его значение как «краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научной проблемы, результатов научного исследования: доклад на определенную тему, освещающий ее на основе обзора литературы и других источников.

1. Студенческий реферат – это творческая работа студента, в которой на основании краткого письменного изложения и оценки различных источников проводится самостоятельное исследование определенной темы, проблемы.

2. Реферат отличают следующие признаки:

а) реферат не копирует дословно содержание первоисточника, а представляет собой новый вторичный текст, создаваемый в результате систематизации и обобщения материал первоисточника, его аналитико-синтетической переработки («аналитико-синтетическая переработка первичного документа с целью создания вторичного») (ГОСТ Р ИСО 10011-2-93)

б) будучи вторичным текстом, реферат создается со всеми требованиями, предъявляемыми к связному высказыванию, то есть ему должны быть присущи следующие черты: целостность, связность, структурная упорядоченность и завершенность.

в) в реферат должно быть включено самостоятельное мини-исследование, осуществляемое на материале или художественных текстов, или источников по теории и истории литературы.

3. Студенческий реферат должен иметь следующую структуру:
– титульный лист
– план работы (содержание)

– введение
– основная часть
– заключение
– список литературы
– приложение (по необходимости)

Во введении, как правило, дается краткая характеристика изучаемой темы, обосновывается ее актуальность, раскрываются цель и задачи работы, производится краткий обзор литературы и важнейших источников, на основании которых готовился реферат.

В основной части кратко, но полно излагается материал по разделам, каждый из которых раскрывает свою проблему или разные стороны одной проблемы. Каждый смысловой блок (глава, параграф) должен быть озаглавлен.

Заключение должно быть четким, кратким, вытекающим из содержания основной части. В нем должны содержаться выводы по результатам работы, а также информация о согласии или несогласии с авторами цитируемых работ, даны указания на то, кому могут быть интересны книги, тексты, рассмотренные в реферате. Заключение не должно превышать по объему введения.

4. Объем реферата жестко не регламентируется, однако он не должен превышать 20 машинописных страниц.

5. Требования к оформлению:

Реферат должен быть написан на бумаге стандартной формы (лист 4А, с полями слева 2,5 – 3 см, сверху и снизу – 2 см, справа – до 1 см) и вложен в папку.

Нумерация страниц должна быть сквозной, включая список используемой литературы и приложения. Нумеруют страницы арабскими цифрами в правом нижнем углу или сверху посредине листа. Первой страницей является титульный лист, на нём номер страницы не ставится.

Схема оформления титульного листа (приложение 1), содержания (приложение 2) студенческого реферата прилагается.

Список литературы завершает работу. В нем фиксируются источники, с которыми работал автор реферата. Список составляется в алфавитном порядке по фамилиям авторов или заглавия книг. При наличии нескольких работ одного автора их названия располагаются по годам изданий. Библиографические данные оформляются в соответствии с ГОСТом.

12. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОФОРМЛЕНИЯ СООБЩЕНИЯ, ДОКЛАДА

Объем сообщения обычно составляет 2-3 страницы формата А-4
Сообщение, доклад оформляют стандартно:
Шаблонный машинописный текст имеет следующие параметры:
– шрифт Times New Roman;
– размер шрифта 14;
– межстрочный интервал 1,5;
– стандартные поля для редактора Word;
– выравнивание по ширине.

Ссылки на источники указываются по требованию преподавателя.
В идеале, сообщение, доклад еще должны содержать приложения – таблицы, схемы, копии документов – однако, чаще это не практикуется.

13. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОФОРМЛЕНИЯ ПРЕЗЕНТАЦИИ

Требования к презентации

На первом слайде размещается:
– название презентации;

– автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);
– год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

Оформление слайдов	
Стиль	– необходимо соблюдать единый стиль оформления; – нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации; – вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)
Фон	– для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)
Использование цвета	– на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста; – для фона и текста используются контрастные цвета; – особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)
Анимационные эффекты	– нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде; – не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде
Представление информации	
Содержание информации	– следует использовать короткие слова и предложения; – время глаголов должно быть везде одинаковым; –следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных; – заголовки должны привлекать внимание аудитории – предпочтительно горизонтальное расположение информации; –наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана; – если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней.
Шрифты	– для заголовков не менее 24; – для остальной информации не менее 18; – шрифты без засечек легче читать с большого расстояния; – нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации; – для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа; – нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже, чем строчные).
Способы выделения информации	Следует использовать: – рамки, границы, заливку – разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки – рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов
Объем информации	– не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут единовременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений. – наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты

	отражаются по одному на каждом отдельном слайде.
Виды слайдов	Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.

14. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПО ВИДАМ РАБОТ

1. Критерии оценки подготовки информационного сообщения
– актуальность темы;
– соответствие содержания теме;
– глубина проработки материала;
– грамотность и полнота использования источников;
– наличие элементов наглядности.

2. Критерии оценки подготовки реферата
– актуальность темы;
– соответствие содержания теме;
– глубина проработки материала;
– грамотность и полнота использования источников;
– соответствие оформления реферата требованиям.

3. Критерии оценки составления опорного конспекта
– соответствие содержания теме;
– правильная структурированность информации;
– наличие логической связи изложенной информации;
– соответствие оформления требованиям;
– аккуратность и грамотность изложения;
– работа сдана в срок.

4. Критерии оценки составления опорно-логической схемы по теме
– соответствие содержания теме;
– логичность структуры таблицы;
– правильный отбор информации;
– наличие обобщающего (систематизирующего, структурирующего, сравнительного) характера изложения информации;
– соответствие оформления требованиям;
– работа сдана в срок.

5. Критерии оценки создания материалов-презентаций
– соответствие содержания теме;
– правильная структурированность информации;
– наличие логической связи изложенной информации;
– эстетичность оформления, его соответствие требованиям;
– работа представлена в срок.

15. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ВНЕАУДИТОРНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Качество выполнения внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся оценивается посредством текущего контроля самостоятельной работы обучающихся с использованием балльно–рейтинговой системы. Текущий контроль СРС – это форма планомерного контроля качества и объема, приобретаемых обучающимся компетенций в процессе изучения дисциплины, проводится на практических и семинарских занятиях и во время консультаций преподавателя.

100~89% Максимальное количество баллов, указанное в карте–маршруте (табл. 1) самостоятельной работы обучающегося по каждому виду задания, обучающийся получает, если:

– обстоятельно с достаточной полнотой излагает соответствующую тему;

– дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;

– может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;

– правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

70~89% от максимального количества баллов обучающийся получает, если:

– неполно (не менее 70% от полного), но правильно изложено задание;

– при изложении были допущены 1–2 несущественные ошибки, которые он исправляет после замечания преподавателя;

– дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;

– может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;

– правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

50~69% от максимального количества баллов обучающийся получает, если:

– неполно (не менее 50% от полного), но правильно изложено задание;

– при изложении была допущена одна существенная ошибка;

– знает и понимает основные положения данной темы, но допускает неточности в формулировке понятий;

– излагает выполнение задания недостаточно логично и последовательно;

– затрудняется при ответах на вопросы преподавателя.

49% и менее от максимального количества баллов обучающийся получает, если:

– неполно (менее 50% от полного) изложено задание;

– при изложении были допущены существенные ошибки.

В "0" баллов преподаватель вправе оценить выполненное обучающимся задание, если оно не удовлетворяет требованиям, установленным преподавателем к данному виду работы.

Сумма полученных баллов по всем видам заданий внеаудиторной самостоятельной работы составляет рейтинговый показатель студента. Рейтинговый показатель студента влияет на выставление итоговой оценки по результатам изучения дисциплины.

Таблица перевода баллов в оценку

балл	100~89%	70~89%	50~69%	49% и менее
оценка	5 (отл.)	4(хор.)	3(удов.)	2 (неудов.)

СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Основная литература:

1. Башмаков, М.И. Математика : учебник / Башмаков М.И. — Москва : КноРус, 2021. — 394 с. — ISBN 978-5-406-08166-2. — URL: https://book.ru/book/939220 (дата обращения: 11.03.2021). — Текст : электронный.
2. Башмаков, М.И. Математика. Практикум : учебно-практическое пособие / Башмаков М.И., Энтина С.Б. — Москва : КноРус, 2021. — 294 с. — ISBN 978-5-406-05758-2. — URL: https://book.ru/book/939104 (дата обращения: 11.03.2021). — Текст : электронный.
3. Башмаков, М.И. Математика : учебник / Башмаков М.И. — Москва : КноРус, 2020. — 394 с. — ISBN 978-5-406-01567-4. — URL: https://book.ru/book/935689 (дата обращения: 11.03.2021). — Текст : электронный.
4. Башмаков, М.И. Математика.: учебник / Башмаков М.И. — Москва: КноРус, 2019. — 394 с. — (СПО). — ISBN 978-5-406-06554-9. — URL: https://book.ru/book/929528 (дата обращения: 28.10.2019). — Текст: электронный.
5. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449006 (дата обращения: 12.03.2021).
6. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 439 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09108-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449007 (дата обращения: 12.03.2021).
7. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 320 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09135-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449036 (дата обращения: 12.03.2021).
8. Вечтомов, Е. М. Математика: основные математические структуры : учебное пособие для среднего профессионального образования / Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 291 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08078-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/455703 (дата обращения: 16.03.2021).
9. Гисин, В. Б. Математика. Практикум : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 202 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-8846-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449059 (дата обращения: 16.03.2021).
10. Далингер, В. А. Математика: задачи с модулем : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 364 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-04793-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449056 (дата обращения: 11.03.2021).

Дополнительная литература (в том числе периодические издания):

1. Дорофеева, А. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / А. В. Дорофеева. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 400 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-03697-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449047 (дата обращения: 16.03.2021).
2. Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под редак-

цией Н. Ш. Кремера. — 10-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 346 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-05640-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/458707 (дата обращения: 12.03.2021).

3. Кучер, Т. П. Математика. Тесты : учебное пособие для среднего профессионального образования / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 541 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10555-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/452010 (дата обращения: 16.03.2021).
4. Математика : учебник для среднего профессионального образования / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 450 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-6372-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/433901 (дата обращения: 16.03.2021).
5. Математика и информатика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Т. М. Беляева [и др.] ; под редакцией В. Д. Элькина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 402 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10683-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/451170 (дата обращения: 16.03.2021).
6. Павлюченко, Ю. В. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Ю. В. Павлюченко, Н. Ш. Хассан ; под общей редакцией Ю. В. Павлюченко. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 238 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01261-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449041 (дата обращения: 12.03.2021).
7. Попов, А. М. Математика для экономистов : учебник для среднего профессионального образования / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под редакцией А. М. Попова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 566 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10640-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/466309 (дата обращения: 16.03.2021).
8. Седых, И. Ю. Математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А. Ю. Шевелев. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 443 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-5914-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449040 (дата обращения: 30.01.2020).
9. Седых, И.Ю. Дискретная математика : учебное пособие / Седых И.Ю., Гребенщиков Ю.Б. — Москва : КноРус, 2021. — 329 с. — ISBN 978-5-406-05751-3. — URL: https://book.ru/book/938234 (дата обращения: 11.03.2021). — Текст : электронный.
10. Шевалдина, О. Я. Математика в экономике : учебное пособие для среднего профессионального образования образование). — ISBN 978-5-534-04877-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/472616 (дата обращения: 16.03.2021).
11. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 447 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-13405-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/459024 (дата обращения: 12.03.2021).

Информационные справочно-правовые системы:

1. КонсультантПлюс–http://www.consultant.ru/

Интернет–ресурсы:

1. https://www.book.ru
2. https://urait.ru

Приложение 1

Образец титульного листа

Частное профессиональное образовательное учреждение
Колледж «Современная школа бизнеса»
Буденновский филиал

РЕФЕРАТ

на тему____

по дисциплине__________________________________
(наименование дисциплины)

ВЫПОЛНИЛ:
____
(Ф.И.О)
____
(курс, группа)

ПРОВЕРИЛ:
____
(Ф.И.О., преподавателя)

Буденновск, 20___

Приложение 2

Образец Содержания

СОДЕРЖАНИЕ

Приложение 3

Образец оформления презентации

1. Первый слайд:

Тема информационного сообщения (или иного вида задания): ______________________________
Подготовил: Ф.И.О. студента, курс, группа, специальность Руководитель: Ф.И.О. преподавателя

2. Второй слайд

План: 1. ______________________________. 2. ______________________________. 3. ______________________________.

3. Третий слайд

Литература:

4. Четвертый слайд

Лаконично раскрывает содержание информации, можно включать рисунки, автофигуры, графики, диаграммы и другие способы наглядного отображения информации