

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Позоян Оксана Гарниковна  
Должность: директор филиала  
Дата подписания: 21.07.2023 10:06:02  
Уникальный программный ключ:  
f420766fb84d98e07cffb62ea5e5a7814d505ef5



**БУДЕННОВСКИЙ ФИЛИАЛ КОЛЛЕДЖ  
«СОВРЕМЕННАЯ ШКОЛА БИЗНЕСА»  
ЧАСТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**

**356800, г. Буденновск, 8 мкр-он, д.17А,  
1 мкр-он д.17  
+7(86559) 2-36-91  
+7(86559) 2-37-96  
[bf.college@mail.ru](mailto:bf.college@mail.ru)/[www.bf.ecmsb.ru](http://www.bf.ecmsb.ru)**

**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор БФ ЧПОУ Колледж  
«Современная школа бизнеса»  
О.Г. Позоян  
«23» мая 2023 г.



## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**

для обучающихся по выполнения практических занятий и самостоятельной  
работы по учебной дисциплине

### **ЕН.01 МАТЕМАТИКА**

*Математического и общего естественнонаучного учебного цикла  
программы подготовки специалистов среднего звена  
по специальности 44.02.01 «Дошкольное образование»*

Год набора 2023

Буденновск, 2023

Настоящие методические указания составлены с учетом Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности **44.02.01 Дошкольное образование**, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 27 октября 2014 г. №1351

Методические рекомендации предназначены для обучающихся по выполнению практических занятий и самостоятельной работы по учебной дисциплине ЕН.01 «Математика» по специальности **44.02.01 Дошкольное образование**.

**Организация-разработчик:** Буденновский филиал Частного профессионального образовательного учреждения Колледж «Современная школа бизнеса».

**Разработчик:** Кочагина Л.И., преподаватель Колледжа.

**Методические рекомендации рассмотрены и одобрены** на заседании цикловой методической комиссии психолого-педагогических дисциплин.

Протокол № 10 от 22 мая 2023 года

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по выполнению практических работ студентов при изучении учебной дисциплины ЕН.01 «Математика», предназначены для студентов специальности 44.02.01 Дошкольное образование.

Цель методических указаний: оказание помощи студентам в выполнении практической работы по ЕН.01 «Математика».

Настоящие методические указания содержат работы, которые позволят студентам применить на практике свои знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование следующих компетенций:

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ПК 3.1 Определять цели и задачи, планировать занятия с детьми дошкольного возраста.

ПК 3.2 Проводить занятия с детьми дошкольного возраста.

ПК 3.3 Осуществлять педагогический контроль, оценивать процесс и результаты обучения дошкольников.

ПК 3.4 Анализировать занятия

ПК 5.1 Разрабатывать методические материалы на основе примерных с учетом особенностей возраста, группы и отдельных воспитанников.

ПК 5.2 Создавать в группе предметно-развивающую среду.

В результате выполнения практических работ по ЕН.01 «Математика», студенты должны расширить свои знания по основным разделам дисциплины путем поиска, овладеть навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации, а также овладеть навыками обработки информации с помощью различных программ.

По учебному плану на практические занятия предусмотрено 20 аудиторных часа, обучающиеся должны выполнить 9 работ.

## 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Прочность, осознанность и действенность знаний учащихся наиболее эффективно обеспечивается при помощи активных методов. Среди них важное место занимают практические занятия по решению задач и конкретных организационных управленческих ситуаций. Следует подчеркнуть, что само содержание учебной программы при ограничении времени, отведенном на изучение предмета, требует не столько запоминания, сколько развития умений и навыков самостоятельной работы с учебной литературой.

Решая эти задачи, организуется проведение практических занятий, в ходе которых вырабатываются практические навыки применения знаний.

Методические рекомендации направлены, прежде всего, на оказание методической помощи обучающимся при проведении практических занятий по дисциплине ЕН.01 «Математика». В данном пособии систематизированы задания по решению задач и ситуаций, охватывающих наиболее значимые темы учебной дисциплины.

Для решения предлагаемых заданий практической работы требуется хорошо знать учебный теоретический материал.

При выполнении практических работ необходимым является наличие умения анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы. Решение задачи должно быть аргументированным, ответы на задания представлены полно.

Методические рекомендации по выполнению практических занятий по дисциплине ЕН.01 «Математика», разработаны в помощь обучающимся для выполнения ими практических работ, предусмотренных рабочей программой.

Практические занятия проводятся после изучения соответствующих разделов и тем учебной дисциплины. Так как учебная дисциплина имеет прикладной характер, то выполнение обучающимися практических работ позволяет им понять, где и когда изучаемые теоретические положения и практические умения могут быть использованы в будущей практической деятельности.

**Целью практических занятий** по дисциплине ЕН.01 «Математика» является закрепление обучающимися теоретического материала по специальности и выработка навыков самостоятельной профессиональной и научно-исследовательской деятельности в области менеджмента.

**Задачи практических занятий** обусловлены необходимостью получения выпускником знаний, умений, навыков согласно требованиям ФГОС, на основе которых формируются соответствующие компетенции.

## 2. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Начинать работу на занятии рекомендуется с ознакомления с кратким теоретическим материалом, касающимся практического занятия. Затем осуществляется контроль понимания обучающимися наиболее общих терминов. Далее следует разбор решения типовой задачи практического занятия. В том случае, если практическое занятие не содержит расчетного задания, а связано с изучением и анализом теоретического материала, необходимо более подробно остановиться на теоретических сведениях и ознакомиться с источниками литературы, необходимыми для выполнения данного практического занятия.

В ходе выполнения расчетных заданий обучающиеся научатся реализовывать последовательность действий при использовании наиболее распространенных методов и делать выводы, вытекающие из полученных расчетов.

Каждое из практических занятий может представлять небольшое законченное исследование одного из теоретических вопросов изучаемой дисциплины.

В конце каждого занятия необходим контроль. Контрольные вопросы должны способствовать более глубокому изучению теоретического курса, связанного с темой практического занятия. Также контрольные вопросы должны помочь в решении поставленных перед учащимся задач и подготовке к сдаче практического занятия.

В общем виде методика проведения практических занятий включает в себя рассмотрение теоретических основ и примера расчета, выдачу многовариантного задания и индивидуальное самостоятельное выполнение обучающимся расчетов. Освоение методики расчета осуществляется во время проведения практических занятий, далее самостоятельно обучающиеся выполняют расчетные работы в соответствии заданиями.

### **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Практическое занятие: № 1.** Входной контроль на определение уровня остаточных знаний за курс средней общеобразовательной школы

**Практическое занятие: №2.** Вычисление производных сложной функции

**Практическое занятие: №3.** Вычисление производных высшего порядка

**Практическое занятие: №4.** Исследование функции при помощи производных

**Практическое занятие: №5.** Задачи на вычисление неопределенного интеграла

**Практическое занятие: №6.** Задачи на вычисление определенных интегралов

**Практическое занятие № 7** Классическое определение вероятности

**Практическое занятие: № 8** Действия над матрицами

**Практическое занятие: № 9** Решение систем линейных алгебраических уравнений различными способами

### **4. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

#### **Практическое занятие №1.**

#### **Входной контроль на определение уровня остаточных знаний за курс средней общеобразовательной школы**

##### **Цель практической работы:**

- проверка качества и уровня подготовки обучающихся.

##### **Задачи практической работы:**

1. Проверить знания теоретического материала за курс средней школы.
2. Выполнить задания.

#### **Содержание и последовательность выполнения заданий**

#### **Вариант № 1**

1. Вычислите значение выражения  $\left(\frac{41}{18} - \frac{17}{36}\right) \cdot \frac{18}{65} + \left(\frac{8}{7} - \frac{23}{49}\right) : \frac{99}{49} + \frac{7}{6}$ .

2. Упростите выражения.

а)  $(a+5)(a^2-5a+25)$ ; б)  $\frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a^2-b^2}$ ; в)  $\sqrt{8}+2\sqrt{2}+\sqrt{32}$ .

3. Выполните действия.

а)  $\frac{x}{a^2+ax} + \frac{1}{a+x}$ , б)  $\frac{b^2}{a^2+ab+b^2} + \frac{4a^2b-ab^2}{b^3-a^3} + \frac{a}{a-b}$ ;

4. Решите уравнения.

а)  $(5x+3)^2 = 5(x+3)$ ; б)  $\frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{28}{1-x^2}$ .

5. Решите неравенства.

а)  $17-x > 10-6x$ , б)  $2(3-z)-3(2+z) \leq z$ .

6. Решите задачу с помощью системы уравнений:

Периметр прямоугольного треугольника равен 84 см, а его гипотенуза равна 37 см. Найдите площадь этого треугольника.

### Вариант № 2

1. Вычислите значение выражения  $\frac{10}{16} + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{17}{4} : 17\right) + 3,75 : \frac{5}{6}$ ;

2. Упростите выражения.

А)  $(2b-1)(1+2b+4b^2)$ ; б)  $\frac{(a^2-b^2)(a^2-ab+b^2)}{a-b}$ ; в)  $\sqrt{7}+2\sqrt{7}-\sqrt{28}$ .

3. Выполните действия.

а)  $\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$ ; б)  $\frac{1}{x^2+3xy} + \frac{2}{9y^2-x^2} + \frac{1}{2x-6y}$ ;

4. Решите уравнения.

а)  $\frac{3x^2+x}{x} = 0$ ; б)  $\frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} = 4$ .

5. Решите неравенства.

а)  $2x-17 \geq -27$ ; б)  $4(2-3x)-(5-x) > 11-x$ .

6. Решите задачу с помощью системы уравнений:

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 13 см. Если один из его катетов увеличить на 4 см, то гипотенуза увеличится на 2 см. Найдите катеты треугольника.

### Практическое занятие: №2. Вычисление производных сложной функции

**Цель практической работы:**

Формирование навыков вычисления производных сложных функций

**Задачи практической работы:**

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.

2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Выполнить задания.

### Содержание и последовательность выполнения заданий

#### Теоретический материал

Пусть  $y = y(u)$  и  $u = u(x)$  - дифференцируемые функции. Тогда сложная функция  $y = y(u(x))$  есть также дифференцируемая функция, причем

$$y'_x = y'_u \cdot u'_x, \text{ или } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \quad (1)$$

Это правило распространяется на цепочку из любого количества дифференцируемых функций: *производная сложной функции равна произведению производных функций, ее составляющих.*

**Задание 1.** Найдите производные функций:

$$1) y = \ln(x^3 - 3x^2 + 4x); \quad 2) y = \cos^2 \frac{x}{6}.$$

**Решение:** 1) Предположим, что  $y = \ln u$ , где  $u = x^3 - 3x^2 + 4x$ . Тогда по формуле (1) найдем

$$y'_x = y'_u \cdot u'_x = \frac{1}{u} \cdot (3x^2 - 6x + 4) = \frac{3x^2 - 6x + 4}{x^3 - 3x^2 + 4x}.$$

2) Предполагая, что  $y = u^2$ ,  $u = \cos v$ ,  $v = \frac{x}{6}$ , получим

$$y'_x = y'_u \cdot u'_v \cdot v'_x = 2u \cdot (-\sin v) \cdot \frac{1}{6} = -\frac{1}{3} \cos \frac{x}{6} \sin \frac{x}{6} = -\frac{1}{6} \sin \frac{x}{3}.$$

**Задание 2.** Найти производную функции  $y = \arctg \sqrt{x}$

$$y' = (\arctg \sqrt{x})' = \frac{1}{1 + (\sqrt{x})^2} \cdot (\sqrt{x})' = \frac{1}{1+x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$$

**Задание 3.** Найти производную функции  $y = \sqrt{\arctg x}$

$$y' = (\sqrt{\arctg x})' = \frac{1}{2\sqrt{\arctg x}} \cdot (\arctg x)' = \frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{\arctg x}}$$

**Задание 4.** Найти производную функции  $y = \sqrt[3]{x^2 + \arctg x + 15}$

Здесь у нас корень, а для того, чтобы продифференцировать корень, его нужно представить в виде степени  $x^{\frac{a}{b}}$ . Таким образом, сначала приводим функцию в надлежащий для дифференцирования вид:

$$y' = (\sqrt[3]{x^2 + \arctg x + 15})' = \left( (x^2 + \arctg x + 15)^{\frac{1}{3}} \right)'$$

Анализируя функцию, приходим к выводу, что сумма трех слагаемых – это внутренняя функция, а возведение в степень – внешняя функция. Применяем правило дифференцирования сложной функции  $(u(v))' = u'(v) \cdot v'$ :

$$y' = (\sqrt[3]{x^2 + tgx + 15})' = \left( (x^2 + tgx + 15)^{\frac{1}{3}} \right)' = \frac{1}{3} \cdot (x^2 + tgx + 15)^{\frac{2}{3}} \cdot (x^2 + tgx + 15)'$$

Степень снова представляем в виде радикала (корня), а для производной внутренней функции применяем простое правило дифференцирования суммы:

$$\begin{aligned} y' &= (\sqrt[3]{x^2 + tgx + 15})' = \left( (x^2 + tgx + 15)^{\frac{1}{3}} \right)' = \\ &= \frac{1}{3} \cdot (x^2 + tgx + 15)^{\frac{2}{3}} \cdot (x^2 + tgx + 15)' = \\ &= \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{(x^2 + tgx + 15)^2}} \cdot ((x^2)' + (tgx)' + (15)') = \\ &= \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{(x^2 + tgx + 15)^2}} \cdot \left( 2x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) \end{aligned}$$

### Задание 5.

Найти производную функции  $y = -\frac{1}{\cos x}$

Здесь можно использовать правило дифференцирования частного  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ , но гораздо выгоднее найти производную через правило дифференцирования сложной функции:

$$y' = \left( -\frac{1}{\cos x} \right)'$$

Подготавливаем функцию для дифференцирования – выносим минус за знак производной, а косинус поднимаем в числитель:

$$y' = \left( -\frac{1}{\cos x} \right)' = -\left( \frac{1}{\cos x} \right)' = -(\cos^{-1}x)'$$

Косинус – внутренняя функция, возведение в степень – внешняя функция.

Используем наше правило  $(u(v))' = u'(v) \cdot v'$ :

$$\begin{aligned} y' &= \left( -\frac{1}{\cos x} \right)' = -\left( \frac{1}{\cos x} \right)' = -(\cos^{-1}x)' = \\ &= -(-1) \cdot \cos^{-2}x \cdot (\cos x)' \end{aligned}$$

Находим производную внутренней функции, косинус сбрасываем обратно вниз:



$$y' = \left(-\frac{1}{\cos x}\right)' = -\left(\frac{1}{\cos x}\right)' = -(\cos^{-1}x)' =$$

$$= -(-1) \cdot \cos^{-2}x \cdot (\cos x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \cdot (-\sin x) = -\frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

Готово. В рассмотренном примере важно не запутаться в знаках. Кстати, попробуйте

решить его с помощью правила  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ , ответы должны совпасть.

### Задание 6.

Найти производную функции  $y = 7^{\arcsin^2 x}$

$$y' = (7^{\arcsin^2 x})' = 7^{\arcsin^2 x} \cdot \ln 7 \cdot (\arcsin^2 x)' =$$

$$= 7^{\arcsin^2 x} \cdot \ln 7 \cdot 2 \arcsin^1 x \cdot (\arcsin x)' =$$

$$= 7^{\arcsin^2 x} \cdot \ln 7 \cdot 2 \arcsin x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{2 \ln 7 \cdot 7^{\arcsin^2 x} \cdot \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$$

### Задание 7.

Найти производную функции  $y = -2xe^{3x} + (x^2 - 4x + 3) \sin 7x$

$$y' = (-2xe^{3x} + (x^2 - 4x + 3) \sin 7x)' = -2(xe^{3x})' + ((x^2 - 4x + 3) \sin 7x)' =$$

$$= -2((x)'e^{3x} + x(e^{3x})') + (x^2 - 4x + 3)' \sin 7x + (x^2 - 4x + 3)(\sin 7x)' =$$

$$= -2(1 \cdot e^{3x} + x \cdot e^{3x} \cdot (3x)') + (2x - 4 + 0) \sin 7x + (x^2 - 4x + 3) \cos 7x \cdot (7x)' =$$

$$= -2(e^{3x} + 3xe^{3x}) + (2x - 4) \sin 7x + 7(x^2 - 4x + 3) \cos 7x$$

### Задания для самостоятельной работы

Вычислить производные заданных функций:

1)  $y = \sin(2x - 1)$ ;

2)  $y = (5x + 2)^4$ ;

3)  $y = \arcsin \frac{x}{2}$ ;

4)  $y = \cos x^2$ ;

5)  $y = \arctg(3 - x^2)$ ;

6)  $y = \sin \arctg x$ ;

7)  $y = \frac{2}{\cos 5x}$ ;

8)  $y = e^{2^x}$ ;

9)  $y = \frac{\sin x^2}{x}$ ;

10)  $y = \arctg \frac{1}{\sqrt{x}}$ ;

11)  $y = \cos \frac{x}{x+1}$ ;

12)  $y = (x - 2) \cdot \sqrt{x^2 + 1}$ .

13)  $y = \frac{5}{\sqrt[5]{x + \ln x}}$

14)  $y = \frac{1}{\arccos^2 x}$

15)  $y = \ln^2(2x - 1)$

### Практические занятия: №3 Вычисление производных высшего порядка

### Цель практической работы:

- формирование навыков вычисления производных и дифференциалов высших порядков,
- повторить правило для нахождения производных сложных функций
- изучить правило для нахождения производных высших порядков

### Задачи практической работы:

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Оформить задания в тетради для практических работ.

### Содержание и последовательность выполнения заданий

**Производная второго порядка** (вторая производная) от функции  $y = f(x)$  есть производная от её первой производной:  $y'' = (f'(x))'$

**Производная третьего порядка** (третья производная) от функции  $y = f(x)$  есть производная от её второй производной:  $y''' = (f''(x))'$

**Производная  $n$ -го порядка** ( $n$ -я производная) от функции  $y = f(x)$  есть производная от её  $(n - 1)$ -й производной:  $y^{(n)} = (f^{(n-1)}(x))'$

**Дифференциал второго порядка** (второй дифференциал) функции  $y = f(x)$  есть дифференциал от её первого дифференциала:  $d^2y = d(dy)$

**Дифференциал третьего порядка** (третий дифференциал) функции  $y = f(x)$  есть дифференциал от её второго дифференциала:  $d^3y = d(d^2y)$

**Дифференциал  $n$ -го порядка** ( $n$ -й дифференциал) функции  $y = f(x)$  есть дифференциал от её  $(n - 1)$ -го дифференциала:  $d^n y = d(d^{n-1}y)$

Если  $x$  независимая переменная, то  $d^n y = y^{(n)} \cdot dx^n$ , откуда  $y^{(n)} = \frac{d^n y}{dx^n}$ ,

т. е.  $n$ -я производная функции  $y = f(x)$  равна отношению её  $n$ -го дифференциала  $d^n y$  к  $n$ -й степени дифференциала независимой переменной  $dx$ .

Если функция имеет производную  $n$ -го порядка, то говорят, что **функция дифференцируема  $n$  раз**

**Задание 1.** Найти производные второго порядка от указанных функций

**Пример 1.**  $y(x) = (2x+5)^3$

$$y'(x) = 3(2x+5)^2 \cdot (2x+5)' = 3(2x+5)^2 \cdot 2 = 6(2x+5)^2$$

$$y''(x) = (6(2x+5)^2)' = 6 \cdot 2(2x+5) \cdot 2 = 24(2x+5)$$

**Пример 2.**  $y(x) = e^x \cos x$

$$y'(x) = (e^x \cdot \cos x)' = e^x \cos x + e^x (-\sin x) = e^x (\cos x - \sin x)$$

$$y''(x) = (e^x)'(\cos x - \sin x) + e^x(\cos x - \sin x)' = e^x(\cos x - \sin x) + e^x(-\sin x - \cos x) = e^x(\cos x - \sin x - \sin x - \cos x) = -2e^x \sin x$$

**Задание 1:** Найти производные третьего порядка  $y^{\square}, y^{\blacksquare}, y^{\blacklozenge}, \dots$ , если  $y = x^5 + 2x^4 - 3x^3 - x^2 - 0,5x + 7$ .

**Решение:**  $y^{\square} = 5x^4 + 8x^3 - 9x^2 - 2x - 0,5$ ,  
 $y^{\blacksquare} = 20x^3 + 24x^2 - 18x - 2$ ,  
 $y^{\blacklozenge} = 60x^2 + 48x - 18$ ,  
 $y^{IV} = 120x + 48, y^V = 120, y^{VI} = y^{VII} = \dots = 0$ .

**Задание 2:** Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функции  $y = (2x - 3)^3$ .

**Решение:**  $dy = 3 \cdot (2x - 3)^2 \cdot 2dx = 6 \cdot (2x - 3)^2 dx$ ,  
 $d^2y = 12 \cdot (2x - 3) \cdot 2dx^2 = 24 \cdot (2x - 3) dx^2$ ,  
 $d^3y = 24 \cdot 2dx^3 = 48dx^3$ .

**Задание 3: Задания для самостоятельной работы**

1. Найти производные второго порядка:

1) $y = 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x$ ;	2) $y = (2x + 5)^3$ ;
3) $y = \frac{1}{x - 1}$ ;	4) $y = -\frac{22}{x + 5}$ ;
5) $y = \cos^2 x$ ;	6) $y = e^{-x^2}$ ;
7) $y = 5^{\sqrt{x}}$ ;	8) $y = x \sin 2x$ ;
9) $y = e^x \cos x$ .	

2. Найти производные третьего порядка:

1)  $y = \frac{x}{6 \cdot (x + 1)}$ ; 2)  $y = \frac{1}{2} \ln^2 x$ ; 3)  $y = (2x + 3)^3 \cdot \sqrt{2x + 3}$ .

3. Найти дифференциалы первого и второго порядков функции  $v = e^{2t}$ .

4. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функций:

1)  $y = 2x^3 + 5x^2$ ; 2)  $y = e^{t^3}$ ;

3)  $y = x \cdot (\ln x - 1)$ .

5. Показать, что функция  $y = 4e^{-2x} - 5e^x$  удовлетворяет уравнению  $y^{\blacksquare} - 3y^{\square} + 2y = 0$ .

### Практические занятия: №4.

#### Исследование функции при помощи производных

##### Цель практической работы:

Освоить вычисление производных, научиться исследовать функцию с помощью производной

##### Задачи практической работы:

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Выполнить задания.

### Содержание и последовательность выполнения заданий

#### Задание 1. Устный опрос

1. Дайте определение максимума (минимума) функции в точке. Что можно сказать о знаке приращения функции в достаточно малой окрестности точки максимума (минимума)?
2. Каковы необходимые условия существования экстремума функции? Каков их геометрический смысл?
3. Каково правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке?
4. Дайте определение выпуклости (вогнутости) кривой на промежутке.
5. Каково правило отыскания интервалов выпуклости и вогнутости кривой?
6. Точка перегиба кривой. Как ее найти?
7. Каков алгоритм построения графика функции?

#### Задание 2. Самостоятельная работа

##### 1. Проверка знаний формул

Правила вычисления производных:

а) Производная сложной функции.

Если  $y=f(u)$ ,  $u=u(x)$ , то  $y'(x)=f'(u) \cdot u'(x)$ .

б) Производная суммы.

Если  $y(x)=u(x)+v(x)$ , то  $y'(x)=u'(x)+v'(x)$

в) Производная произведения.

Если  $y(x)=u(x) \cdot v(x)$ , то  $y'(x)=u'(x) \cdot v(x)+u(x) \cdot v'(x)$ .

В частности,  $(c \cdot u)'=c \cdot u'$ , т. е. постоянный множитель выносится из-под знака производной. Легко убедиться, что

$(u^2)'=2u \cdot u'$ ,  $(u^3)'=3u^2 \cdot u'$ , ... ,  $(u^n)'=n \cdot u^{n-1} \cdot u'$ .

#### Задание 3. Повторение теоретического материала

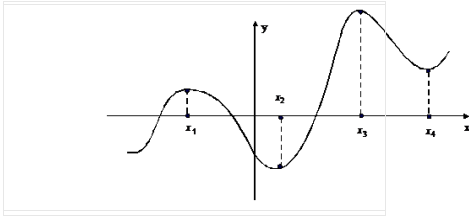
##### Экстремум функции

Исследование функции на экстремум – одно из важнейших приложений производных. Рассмотрим определение минимумов и максимумов, и способы их отыскания.

Пусть функция  $f(x)$  определена и дифференцируема на некотором множестве и точка  $x_0$  – точка внутри него.

**Определение.** Функция  $f(x)$  в точке  $x_0$  имеет **максимум** (минимум), если существует такая окрестность точки  $x_0$ , что для всех  $x$  из этой окрестности  $f(x) < f(x_0)$  ( $f(x) > f(x_0)$ ).

Точка  $x_0$  называется тогда точкой **максимума** (минимума).



Показан график функции, которая имеет две точки максимума ( $x_1$  и  $x_3$ ) и две точки минимума ( $x_2$  и  $x_4$ ), причем максимальное значение может оказаться меньше минимального ( $f(x_1) < f(x_4)$ ). Это подчеркивает тот факт, что мы характеризуем особенность функции только вблизи некоторой точки.

Значения функции в точках максимума и минимума называют экстремальными значениями или **экстремумами**. На приведенном графике видно, что точки экстремума ( $x_1, x_2, x_3, x_4$ ) определяют интервалы монотонности функции, в каждом из которых производная сохраняет определенный знак. В точках экстремума, понятно, производная обращается в нуль. Сформулируем теорему о **необходимом условии существования экстремума**.

**Теорема.** Если функция  $f(x)$  в точке  $x_0$  имеет экстремум, то производная функции в этой точке равна нулю, т. е.  $f'(x_0)=0$ .

Заметим сразу, что условие это не является достаточным, т. е. обратное утверждение не всегда верно. Из равенства  $f'(x_0)=0$  не обязательно следует, что в точке  $x_0$  существует экстремум.

Подтверждением тому пример с функцией  $f(x)=x^3$ .

Найдем  $f'(x)=3x^2$ . В точке  $x=0$   $f'(0)=0$ . Но как угодно близко к точке  $x=0$  найдем  $x>0$ , где  $f'(x)=3x^2 > 0$ , найдем  $x<0$ , где  $f'(x)=3x^2 < 0$ . Т. е. не существует какой-либо малой окрестности точки  $x=0$ , где для всех  $x$  значение функции в точке  $x=0$  будет самым большим или самым малым. Поэтому точка  $x=0$  не является точкой экстремума.

Можно рассуждать иначе. Так как производная  $f'(x)=3x^2$ , то функция  $f(x)=x^3$  возрастает при любых действительных  $x$  и экстремумов не имеет.

Точки, в которых выполняется необходимое условие экстремума ( $f'(x)=0$ ) называются **критическими**.

Очевидно, что касательная к графику функции в точках, где  $f'(x)=0$ , параллельна оси абсцисс  $Ox$ .

**Достаточное условие** экстремума дается в следующих теоремах.

**Теорема 1.** Если  $x_0$  – критическая точка функции и при переходе через нее производная меняет знак, то  $x_0$  – точка экстремума, а именно, если производная меняет знак с плюса на минус – точка максимума, если – с минуса на плюс – точка минимума.

Заметим, что экстремума в точке нет, если производная не меняет знака. Правило исследования на экстремум с помощью первой производной известно из школьного курса.

Достаточное условие экстремума иногда удобнее формулировать с помощью второй производной

Общая схема построения графиков функций

Найти область определения функции.

Выяснить, не является ли функция четной, нечетной или периодической.

Найти точки пересечения графика с осями координат (если это не вызывает затруднений).

Найти асимптоты графика функции.

Найти промежутки монотонности функции и ее экстремумы.

Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба.

Построить график, используя полученные результаты исследования.

### Пример

Построить график функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ .

**Решение:**

Функция определена на всей числовой оси, то есть  $D(y) = R$ .

Данная функция не является ни четной, ни нечетной; кроме того, она не является периодической.

Найдем точку пересечения графика с осью  $Oy$ : полагая  $x = 0$ , получим  $y = -3$ . Точки пересечения графика с осью  $Ox$  в данном случае найти затруднительно.

Очевидно, что график функции не имеет асимптот.

Найдем производную:  $y' = 3x^2 - 12x + 9$ . Далее,

имеем  $(3x^2 - 12x + 9 = 0) \Leftrightarrow (x^2 - 4x + 3 = 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = 3. \end{cases}$  Точки  $x = 1$  и  $x = 3$  делят область определения функции на три промежутка:  $-\infty < x < 1$ ,  $1 < x < 3$  и  $3 < x < +\infty$ . В

промежутках  $-\infty < x < 1$  и  $3 < x < +\infty$   $y' > 0$ , то есть функция возрастает, а в

промежутке  $1 < x < 3$   $y' < 0$ , то есть функция убывает. При переходе через

точку  $x = 1$  производная меняет знак с плюса на минус, а при переходе через точку  $x = 3$  - с минуса на плюс. Значит,  $y_{\max} = y(1) = 1$ ,  $y_{\min} = y(3) = -3$ .

Найдем вторую производную:  $y'' = 6x - 12$ ;  $6x - 12 = 0$ ,  $x = 2$ . Точка  $x = 2$  делит область определения функция на два промежутка  $-\infty < x < 2$  и  $2 < x < +\infty$ . В первом из них  $y'' < 0$ , а во втором  $y'' > 0$ , то есть в промежутке  $-\infty < x < 2$  кривая выпукла вверх, а в промежутке  $2 < x < +\infty$  выпукла вниз. Таким образом, получаем точку перегиба  $(2; -1)$ .

Используя полученные данные, строим искомый график (рис. 1).

### Задания для самостоятельной работы

Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

1)  $y = 2x^2 - 8x$ ;

2)  $y = -3x^2 + 12x$ ;

3)  $y = x^2 + 5x + 4$ ;

4)  $y = -x^2 + 2x + 15$ ;

5)  $y = x^3 - 3x$ ;

6)  $y = 3x^3 - x$ ;

7)  $y = -x^3 + x$ ;

8)  $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$ ;

9)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 10$ ;

10)  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ ;

11)  $y = \frac{x}{x^2 - 4}$ ;

12)  $y = \frac{x^2 - 4}{x}$ .

### Вопросы для самоконтроля:

Дайте определение возрастания и убывания функции.

Дайте определение экстремума функции.

Как найти наибольшее и наименьшее значения функции?

Сформулируйте определение асимптоты. Перечислите основные виды асимптот.

Сформулируйте общую схему исследования функции для построения графика.

## Практические занятия: №5

### Задачи на вычисление неопределенного интеграла

#### Цель практической работы:

Учить вычислять неопределенный интеграл

#### Задачи практической работы:

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Выполнить задания.

#### Содержание и последовательность выполнения заданий

##### Теоретический курс

Любой табличный интеграл (да и вообще любой неопределенный интеграл) имеет вид:

$$\int f(x)dx = F(x) + C, \text{ где } C = \text{const} \quad \text{где } \int \text{ – значок интеграла.}$$

$f(x)$  – подынтегральная функция (пишется с буквой «ы»).

$dx$  – значок дифференциала. При записи интеграла и в ходе решения важно не терять данный значок. Заметный недочет будет.

$f(x)dx$  – подынтегральное выражение или «начинка» интеграла.

$F(x)$  – первообразная функция.

$F(x) + C$  – множество первообразных функций. Не нужно сильно загружаться терминами, самое важное, что в любом неопределенном интеграле к ответу приплюсовывается константа  $C$ .

**Решить интеграл – это значит найти определенную функцию  $F(x) + C$ , пользуясь некоторыми правилами, приемами и таблицей.**

Еще раз посмотрим на запись:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Посмотрим в таблицу интегралов.

Левые части  $\int f(x)dx$  у нас **превращаются** в другие функции:  $F(x) + C$ .

Упростим наше определение.

Решить неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$  – это значит ПРЕВРАТИТЬ его в определенную функцию  $F(x) + C$ , пользуясь некоторыми правилами, приемами и таблицей.

Возьмем, например, табличный интеграл  $\int \sin x dx = -\cos x + C$ . Что произошло?  $\int \sin x dx$  превратился в функцию  $-\cos x + C$ .

Так как дифференцирование и интегрирование – противоположные операции, то для любой первообразной, которая найдена правильно, справедливо следующее:

$$(F(x) + C)' = F'(x) + 0 = f(x)$$

Иными словами, если продифференцировать правильный ответ, то обязательно должна получиться исходная подынтегральная функция.

Вернемся к тому же табличному интегралу  $\int \sin x dx = -\cos x + C$ .

Убедимся в справедливости данной формулы. Берем производную от правой части:

$$(-\cos x + C)' = -(\cos x)' + (C)' = -(-\sin x) + 0 = \sin x$$
 – исходная подынтегральная функция.

К функции  $F(x)$  всегда приписывается константа  $C$ . При дифференцировании константа всегда превращается в ноль.

Решить неопределенный интеграл – это значит найти множество всех первообразных, а не какую-то одну функцию. В рассматриваемом табличном

примере  $-\cos x + 5$ ,  $-\cos x - \frac{4}{7}$ ,  $-\cos x + \sin 2$ ,  $-\cos x - e^3$  и т. д. – все эти функции являются решением интеграла  $\int \sin x dx$ .

Решений бесконечно много, поэтому записывают

коротко:  $\int \sin x dx = -\cos x + C$ , где  $C = const$

Таким образом, любой неопределенный интеграл достаточно легко проверить (в отличие от производных, где хорошую стопудовую проверку можно осуществить разве что с помощью математических программ). Это некоторая компенсация за большое количество интегралов разных видов.

Переходим к рассмотрению конкретных примеров. Начнем, как и при изучении производной,

с двух правил интегрирования, которые также называют **свойствами линейности** неопределенного интеграла:

$\int k u dx = k \int u dx$ , где  $k = const \neq 0$  – постоянный множитель можно (и нужно) вынести за знак интеграла.



$\int (u \pm v) dx = \int u dx \pm \int v dx$  – интеграл от алгебраической суммы двух функций равен алгебраической сумме двух интегралов от каждой функции в отдельности. Данное свойство справедливо для любого количества слагаемых.

### Пример 1

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int \left( x + \sqrt{x} - 3x^5 + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{\sin^2 x} + tg5 \right) dx$$

Решение:

$$\begin{aligned} & \int \left( x + \sqrt{x} - 3x^5 + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{\sin^2 x} + tg5 \right) dx = \\ & = \int x dx + \int \sqrt{x} dx - \int 3x^5 dx + \int \frac{2dx}{x^3} - \int \frac{dx}{\sin^2 x} + \int tg5 dx = \\ & = \int x dx + \int x^{\frac{1}{2}} dx - 3 \int x^5 dx + 2 \int x^{-3} dx - \int \frac{dx}{\sin^2 x} + \int tg5 dx = \\ & = \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}} - 3 \cdot \frac{1}{6} x^6 + 2 \cdot \frac{1}{(-2)} \cdot x^{-2} - (-ctgx) + tg5 \cdot x + C = \\ & = \frac{x^2}{2} + \frac{2}{3} \sqrt{x^3} - \frac{x^6}{2} - \frac{1}{x^2} + ctgx + tg5 \cdot x + C, \text{ где } C = const \end{aligned}$$

1) Применяем правило  $\int (u \pm v) dx = \int u dx \pm \int v dx$ . Не забываем записать значок дифференциала  $dx$  под каждым интегралом. Почему под каждым?  $dx$  – это **полноценный множитель**, если расписывать решение совсем детально, то первый шаг следует записать так:

$$\begin{aligned} & \int \left( x + \sqrt{x} - 3x^5 + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{\sin^2 x} + tg5 \right) dx = \\ & = \int \left( x dx + \sqrt{x} dx - 3x^5 dx + \frac{2dx}{x^3} - \frac{dx}{\sin^2 x} + tg5 dx \right) \end{aligned}$$

2) Согласно правилу  $\int k u dx = k \int u dx$ ,  $k = const \neq 0$ , выносим все константы за знаки интегралов. Обратите внимание, что в последнем слагаемом  $tg5$  – это константа, её также выносим.

Кроме того, на данном шаге готовим корни и степени для интегрирования. **Точно так же, как и при дифференцировании, корни надо представить в виде  $x^{\frac{a}{b}}$ . Корни и степени, которые располагаются в знаменателе – перенести вверх.**

### Примечание:

в отличие от производных, корни в интегралах далеко не всегда следует приводить к виду  $x^{\frac{a}{b}}$ , а степени переносить вверх.

Например,  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + A}}$  – это готовый табличный интеграл, и всякие китайские хитрости вроде  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + A}} = \int (x^2 + A)^{-\frac{1}{2}} dx$  совершенно не нужны.

Аналогично:  $\int \frac{dx}{x}$  – тоже табличный интеграл, нет никакого смысла представлять дробь в виде  $\int \frac{dx}{x} = \int x^{-1} dx$ .

3) Все интегралы у нас табличные.

Осуществляем превращение с помощью таблицы, используя формулы:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1), \quad \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -ctgx + C \quad \text{и} \quad \int dx = x + C.$$

Особое внимание надо обратить на формулу интегрирования степенной

функции  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ , она встречается очень часто, ее лучше запомнить. Следует отметить,

что табличный интеграл  $\int dx = x + C$  – частный случай этой же

формулы:  $\int dx = \int x^0 dx = \frac{1}{1} \cdot x^1 + C = x + C$ .

**Константу  $C$  достаточно приплюсовать один раз в конце выражения (а не ставить их после каждого интеграла).**

4) Записываем полученный результат в более компактном виде, все степени вида  $x^{\frac{a}{b}}$  снова представляем в виде корней, степени с отрицательным показателем – сбрасываем обратно в знаменатель.

Проверка. Для того чтобы выполнить проверку нужно продифференцировать полученный ответ:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{x^2}{2} + \frac{2}{3} \sqrt{x^3} - \frac{x^6}{2} - \frac{1}{x^2} + ctgx + tg5 \cdot x + C \right)' = \\ & = \frac{1}{2} (x^2)' + \frac{2}{3} \left( x^{\frac{3}{2}} \right)' - \frac{1}{2} (x^6)' - (x^{-2})' + (ctgx)' + tg5 \cdot (x)' + (C)' = \\ & = \frac{1}{2} \cdot 2x + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \cdot 6x^5 - (-2) \cdot (x^{-3}) - \frac{1}{\sin^2 x} + tg5 \cdot 1 + 0 \\ & = x + \sqrt{x} - 3x^5 + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{\sin^2 x} + tg5 \end{aligned}$$

Получена исходная **подынтегральная функция**, значит, интеграл найден правильно.

Время от времени встречается немного другой подход к проверке неопределенного интеграла, от ответа берется не производная, а **дифференциал**:

$$d\left(\frac{x^2}{2} + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \frac{x^6}{2} - \frac{1}{x^2} + ctgx + tg5 \cdot x + C\right)$$

Его необходимо раскрыть, и с формально-технической точки зрения – это почти то же самое, что найти производную. Дифференциал раскрывается следующим образом:

значок  $d$  убираем, справа над скобкой ставим штрих, в конце выражения приписываем множитель  $dx$ :

$$\begin{aligned} & d\left(\frac{x^2}{2} + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \frac{x^6}{2} - \frac{1}{x^2} + ctgx + tg5 \cdot x + C\right) = \\ & = \left(\frac{x^2}{2} + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \frac{x^6}{2} - \frac{1}{x^2} + ctgx + tg5 \cdot x + C\right)' dx = \\ & = \left[\frac{1}{2}(x^2)' + \frac{2}{3}\left(x^{\frac{3}{2}}\right)' - \frac{1}{2}(x^6)' - (x^{-2})' + (ctgx)' + tg5 \cdot (x)' + (C)'\right] dx = \\ & = \left[\frac{1}{2} \cdot 2x + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \cdot 6x^5 - (-2) \cdot (x^{-3}) - \frac{1}{\sin^2 x} + tg5 \cdot 1 + 0\right] dx = \\ & = \left(x + \sqrt{x} - 3x^5 + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{\sin^2 x} + tg5\right) dx \end{aligned}$$

Получено исходное **подынтегральное выражение**, значит, интеграл найден правильно.

**Дифференциал раскрывается следующим образом:**

- 1) значок  $d$  убираем;
- 2) справа над скобкой ставим штрих (обозначение производной);
- 3) в конце выражения приписываем множитель  $dx$ .

Например:  $d(2x - 1) = (2x - 1)' dx = (2 - 0) dx = 2 dx$

### Пример 2

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int \left( \frac{1}{x} + x^2 \ln 5 - \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}} + \frac{7}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$$

Решение

$$\begin{aligned} & \int \left( \frac{1}{x} + x^2 \ln 5 - \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}} + \frac{7}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx = \\ & = \int \frac{dx}{x} + \ln 5 \int x^2 dx - 4 \int x^{-\frac{1}{2}} dx + \frac{1}{3} \int x^{-\frac{4}{3}} dx + 7 \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \\ & = \ln|x| + \ln 5 \cdot \frac{1}{3} x^3 - 4 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{-\frac{1}{3}} \right) \cdot x^{-\frac{1}{3}} + 7 \arcsin x + C = \\ & = \ln|x| + \frac{(\ln 5) \cdot x^3}{3} - 8\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 7 \arcsin x + C, \text{ где } C = const \end{aligned}$$

### Пример 3

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int x^2(3+4x)^2 dx$$

$$\begin{aligned} \int x^2(3+4x)^2 dx & \stackrel{(1)}{=} \int x^2(9+24x+16x^2) dx \stackrel{(2)}{=} \int (9x^2+24x^3+16x^4) dx \stackrel{(3)}{=} \\ & = 9 \int x^2 dx + 24 \int x^3 dx + 16 \int x^4 dx = 9 \cdot \frac{1}{3} x^3 + 24 \cdot \frac{1}{4} x^4 + 16 \cdot \frac{1}{5} x^5 + C \stackrel{(5)}{=} \\ & = 3x^3 + 6x^4 + \frac{16}{5} x^5 + C, \text{ где } C = const \end{aligned}$$

- 1) Используем формулу квадрата суммы  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ , избавляясь от степени.
- 2) Вносим  $x^2$  в скобку, избавляясь от произведения.
- 3) Используем **свойства линейности интеграла** (оба правила сразу).

$$4) \text{ Превращаем интегралы по табличной формуле } \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

Проверка:

$$\begin{aligned} \left( 3x^3 + 6x^4 + \frac{16}{5} x^5 + C \right)' & = 3(x^3)' + 6(x^4)' + \frac{16}{5}(x^5)' + (C)' = \\ & = 3 \cdot 3x^2 + 6 \cdot 4x^3 + \frac{16}{5} \cdot 5x^4 + 0 = 9x^2 + 24x^3 + 16x^4 = \\ & = x^2(9 + 24x + 16x^2) = x^2(3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4x + (4x)^2) = x^2(3+4x)^2 \end{aligned}$$

Получена исходная **подынтегральная функция**, значит, интеграл найден правильно.

#### Пример 4

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int x(1-2x)^3 dx$$

#### Решение

$$\begin{aligned} \int x(1-2x)^3 dx & = \int x(1-6x+12x^2-8x^3) dx = \int (x-6x^2+12x^3-8x^4) dx = \\ & = \frac{x^2}{2} - 6 \cdot \frac{x^3}{3} + 12 \cdot \frac{x^4}{4} - 8 \cdot \frac{x^5}{5} + C = \frac{x^2}{2} - 2x^3 + 3x^4 - \frac{8x^5}{5} + C, \text{ где } C = const \end{aligned}$$

#### Пример 5

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx$$

$$\begin{aligned} \int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx & = \int \left( 2x^{\frac{5}{2}} - x^2 + x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = 2 \cdot \frac{1}{\frac{7}{2}} \cdot x^{\frac{7}{2}} - \frac{x^3}{3} + \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} + C = \\ & = \frac{4}{7} \cdot \sqrt{x^7} - \frac{x^3}{3} + 2 \cdot \sqrt{x} + C, \text{ где } C = const \end{aligned}$$

#### Пример 6

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx$$

Решение

$$\begin{aligned} \int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx &= \int \left( x + \frac{3}{2} x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2x} \right) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \ln|x| + C = \\ &= \frac{x^2}{2} + 3\sqrt{x} - \frac{1}{2} \ln|x| + C, \text{ где } C = const \end{aligned}$$

В данном примере мы использовали формулу сокращенного умножения  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

### Практические занятия: №6.

#### Задачи на вычисление определенных интегралов

##### Цель практической работы:

Формирование навыков вычисления определенного интеграла при помощи формулы Ньютона – Лейбница

##### Задачи практической работы:

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Выполнить задания.

##### Содержание и последовательность выполнения заданий

##### Краткие теоретические сведения

Определенный интеграл функции  $f(x)$  на отрезке  $[a; b]$  - это предел, к которому стремится интегральная сумма  $\sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$ , при стремлении к нулю длины наибольшего частичного отрезка.

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i, \text{ где}$$

$a$  - нижний предел интегрирования,  $b$  - верхний предел интегрирования.

Для вычисления определенного интеграла служит формула Ньютона-Лейбница:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Геометрический смысл определенного интеграла.

Если интегрируемая на отрезке  $[a; b]$  функция  $y = f(x)$  неотрицательна, то  $\int_a^b f(x) dx$

численно равен площади криволинейной трапеции:  $\int_a^b f(x) dx = S_{кр.мп.}$

## Задание 1. Вычисление интегралов с объяснением

### Пример 1.

Вычислите определенный интеграл  $\int_0^1 (5x^5 + 4x^3 - 5x - 2)dx$ .

Решение.

$$\begin{aligned} \int_0^1 (5x^5 + 4x^3 - 5x - 2)dx &= 5 \int_0^1 x^5 dx + 4 \int_0^1 x^3 dx - 5 \int_0^1 x dx - 2 \int_0^1 dx = \left( \frac{5x^6}{6} + \frac{4x^4}{4} - \frac{5x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^1 = \\ &= \left( \frac{5 \cdot 1^6}{6} + \frac{4 \cdot 1^4}{4} - \frac{5 \cdot 1^2}{2} - 2 \cdot 1 \right) - 0 = -4 \frac{1}{3} \end{aligned}$$

### Пример 2.

Вычислите определенный интеграл  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$ .

Решение.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = -\left( \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{3} + 1 = \frac{1 - \sqrt{3}}{3}.$$

### Пример 3.

Вычислите определенный интеграл  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{9 + x^2}$ .

Решение.

Используя формулу (16), получим

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{9 + x^2} = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{3^2 + x^2} = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} \Big|_0^{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{3} \operatorname{arctg} 0 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{\pi}{18}.$$

### Пример 4.

Вычислите определенный интеграл  $\int_4^5 (4 - x)^3 dx$ .

Решение.

Используя формулу (20), получим

$$\int_4^5 (4 - x)^3 dx = \frac{(4 - x)^4}{-4} \Big|_4^5 = \frac{(4 - 5)^4}{-4} - \frac{(4 - 4)^4}{-4} = -\frac{1}{4} + 0 = -\frac{1}{4}.$$

## Задание 2. Индивидуальные задания

Вычислить определенный интеграл методом непосредственного интегрирования

1. a)  $\int_1^2 (3x^2 - 2x) dx$   
b)  $\int_{\Pi}^{2\Pi} \frac{\cos x}{6} dx$
2. a)  $\int_{-2}^1 (x^2 - x) dx$   
b)  $\int_{-\Pi/6}^{\Pi/6} \frac{6dx}{\cos^2 2x}$
3. a)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 3 \cos x dx$   
b)  $\int_0^2 (1 - \frac{x}{2})^4 dx$
4. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3}{\cos^2 x} dx$   
b)  $\int_{-1}^4 (1 + \frac{x}{2})^8 dx$
5. a)  $\int_1^2 (4x^3 + 2x) dx$   
b)  $\int_0^{\Pi} \frac{3dx}{\cos^2 (\frac{x}{2} - \frac{\Pi}{3})}$
6. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (4 \cos 2x) dx$   
b)  $\int_1^5 \sqrt{9x - 1} dx$
7. a)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (6 \sin 2x) dx$   
b)  $\int_1^2 (3 - 2x)^4 dx$
8. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{5}{\cos^2 x} dx$   
b)  $\int_{-3}^1 \frac{dx}{5 - 3x}$
11. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3}{\cos^2 \frac{1}{2} x} dx$   
b)  $\int_2^3 (1 - x)^4 dx$
12. a)  $\int_0^{\frac{3}{2}\pi} \cos \frac{1}{3} x dx$   
b)  $\int_{-1}^4 (1 + \frac{x}{2})^8 dx$
13. a)  $\int_2^3 (3x^2 - 2x) dx$   
b)  $\int_{-\Pi/2}^{\Pi/2} 3 \sin x dx$
14. a)  $\int_0^{\pi} (3 \sin \frac{1}{2} x) dx$   
b)  $\int_1^0 (1 - 2x)^4 dx$
15. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (36 \cos 2x) dx$   
b)  $\int_{-2}^3 \frac{2dx}{(3 - x^2)}$
16. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx$   
b)  $\int_2^3 (1 - 2x)^4 dx$
17. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{36}{\cos^2 2x} dx$   
b)  $\int_2^3 (3 - x^2) dx$
18. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin x) dx$   
b)  $\int_0^4 (x^2 + 1) dx$
21. a)  $\int_1^2 (4x^3 - 3x^2) dx$   
b)  $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$
22. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{9}} (2 \cos 3x) dx$   
b)  $\int_0^2 (1 - \frac{x}{2})^4 dx$
23. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{12}} (108 \sin 6x) dx$   
b)  $\int_{-1}^1 (7 - 5x) dx$
24. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{4}{\cos^2 2x} dx$   
b)  $\int_{-2}^1 (4x^3 + 6x) dx$
25. a)  $\int_1^2 (5x^4 - 6x^2) dx$   
b)  $\int_1^9 \sqrt{8x - 5} dx$
26. a)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{5}{\sin^2 x} dx$   
b)  $\int_{-2}^0 (x^5 - 3x^2)$
27. a)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (2 \sin x) dx$   
b)  $\int_1^2 (\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x^3}) dx$
28. a)  $\int_1^3 (3x^2 + 4x^3) dx$   
b)  $\int_{\Pi/4}^{\Pi/8} \frac{\cos 4x}{2} dx$

$$\begin{array}{lll}
9. \quad a) \int_0^2 (x^3 - x^2 + 3) dx & 19. \quad a) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx & 29. \quad a) \int_2^3 (2x^3 - 2x) dx \\
\quad b) \int_1^2 e^{2x+3} dx & \quad b) \int_2^3 (7-2x)^4 dx & \quad b) \int_0^{\pi/6} \frac{4dx}{\cos^2 2x} \\
10. \quad a) \int_1^2 (x^4 - x^3 + 2) dx & 20. \quad a) \int_0^2 (x^3 - x) dx & 30. \quad a) \int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{6}} (2 \sin 3x) dx \\
\quad b) \int_0^1 5^{4-3x} dx & \quad b) \int_0^{\pi/3} 3 \sin 3x dx & \quad b) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4}
\end{array}$$

Вычислить определенный интеграл методом замены переменной

$$\begin{array}{lll}
11. \int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1+x^2} dx & 12. \int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx & 13. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}} \\
14. \int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{\sqrt{(x^2+4)^3}} & 15. \int_0^{2/3} \frac{\sqrt{\ln(2-3x)}}{2-3x} dx & 16. \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x dx}{\sqrt[7]{\cos^2 x}} \\
17. \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}} & 18. \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-4x}} & 19. \int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx \\
20. \int_0^{1/2} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}} & 21. \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx & 22. \int_1^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}} \\
23. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4+1}} & 24. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}} & 25. \int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x}{\sqrt[6]{(1-\sin 3x)^5}} dx \\
26. \int_{-3/4}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}} & 27. \int_1^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{31(x^3-1)}} & 28. \int_0^{1/2} \frac{dx}{(2x-1)^2} \\
29. \int_0^1 x^3 \sqrt{4+5x^4} dx & 30. \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x dx}{\sqrt[7]{\cos^2 x}}
\end{array}$$

**Задание 2.** Вычислить площади фигур, ограниченных линиями (пользуйтесь алгоритмом решения задачи на вычисление площади фигуры)



### **Вариант 1.**

- 1)  $y = x^2 + 2x - 3, y = 0.$
- 2)  $y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \pi.$
- 3)  $y = x^2 + 1, y = 10.$

### **Вариант 2.**

- 1)  $y = x^3, y = 0, x = -2, x - 2 = 0.$
- 2)  $y = x^2 - 6x + 8, y = 0.$
- 3)  $y = x^2 + 2, y = 2x + 2.$

## **Практическое задание: № 7.**

### **Классическое определение вероятностей**

#### **Цель практической работы:**

решение задач на расчет выборов, с применением элементов и формул комбинаторики, развитие самостоятельной мыслительной деятельности, вычислительных навыков, творческого мышления студентов.

#### **Задачи практической работы:**

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Выполнить задания.

### **Содержание и последовательность выполнения заданий**

#### **1 вариант.**

1. Решите уравнение:

$$A_x^4 \cdot P_{x-4} = 42 \cdot P_{x-2}$$

$$P_{n+2} = 132 \cdot A_n^m \cdot P_{n-m}$$

2. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?
3. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?
4. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?
5. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?
6. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для генеральной уборки класса требуется выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать?
7. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.
8. В цехе работают 10 мужчин и 5 женщин. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины.
9. В урне 10 белых и 5 черных шаров. Сколькими способами можно наугад вынуть 3 шара, чтобы 2 шара оказались белыми, а один черным?

10. Отдел технического контроля обнаружил 15 бракованных ламп в партии из случайно отобранных 200 ламп. Найти относительную частоту появления бракованных ламп.

11. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,8. найти число годных приборов, если всего было проверено 250 приборов.

## 2 вариант.

1. Решите уравнение:

$$P_{x+5} = 240 \cdot P_{x-c} \cdot A_{x+3}^{c+3}$$

$$12 \cdot C_{n+3}^{n-1} = 55 \cdot A_{n+1}^2$$

2. Сколькими способами можно расставить на полке семь книг?

3. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют семь команд?

4. Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

5. На полке стоит 4 энциклопедии и 11 детективов. Сколькими способами можно выбрать пять детективов и две энциклопедии?

6. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?

7. В урне имеется 20 шаров, среди которых 12 красного цвета. Из урны наудачу извлекают 5 шаров. Найти вероятность того, что извлеченные шары не красные.

8. В партии из 15 деталей имеется 3 стандартных. Наудачу отобраны 4 детали. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 2 стандартных.

9. В группе 20 юношей и 10 девушек. Сколькими способами можно избрать трех юношей и двух девушек для участия в слете студентов?

10. По цели произведено 40 выстрелов, причем зарегистрировано 37 попаданий. Найти относительную частоту промахов.

11. При испытании партии телевизоров относительная частота бракованных телевизоров оказалась равной 0,15. найти число качественных телевизоров, если было проверено 400 телевизоров.

## Практическое задание: № 8

### Действия над матрицами

#### Цель практической работы:

- закрепить знания о матрицах;
- закрепить умение выполнять действия над матрицами.

#### Задачи практической работы:

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Выполнить задания.

### Содержание и последовательность выполнения заданий

#### Задание 1. Письменный опрос теоретического материала

1. Определение матрицы и ее обозначение.
2. Линейные операции над матрицами (сложение матриц и умножение матрицы на

число)

3. Умножение квадратных матриц третьего порядка.
4. Правила умножения прямоугольных матриц.
5. Виды матриц.
6. Равные матрицы. Транспонированная матрица.
7. Умножение квадратных матриц второго порядка.
8. Свойства умножения матриц.

### Задание 2. Выполнить действия

1. Найти матрицу, противоположную матрице  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ .

Решение. Для нахождения противоположной матрицы умножаем матрицу  $A$  на  $k = -1$ :  $-A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -5 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix}$ .

2. Найти линейную комбинацию  $3A - 2B$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение. Сначала находим произведение  $A$  на  $k_1 = 3$  и  $B$  на  $k_2 = -2$ :

$$3A = \begin{pmatrix} 6 & -12 & 0 \\ -3 & 15 & 3 \\ 0 & 9 & -21 \end{pmatrix}, -2B = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ 0 & 6 & -10 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Теперь найдем сумму полученных матриц:

$$3A - 2B = \begin{pmatrix} 6-8 & -12+2 & 0+4 \\ -3+0 & 15+6 & 3-10 \\ 0-4 & 9+0 & -21+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -10 & 4 \\ -3 & 21 & -7 \\ -4 & 9 & -13 \end{pmatrix}.$$

3. Найти произведение  $AB$ , если  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Решение.  $AB = \begin{pmatrix} 0 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 + 2 \cdot 1 & 0 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 0 \\ 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \\ 3 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 3 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \\ 3 \cdot 3 + 7 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 3 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 9 & 3 \\ 10 & 3 \\ 24 & 10 \end{pmatrix}$ .

4. Найти произведение  $AB$ :

а)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$  Ответ:  $\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}$ .

$$6) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ Ответ: } \begin{pmatrix} -3 & 0 & 9 \\ -2 & -1 & 0 \\ 12 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

5. Вычислить  $C = A^2 + 2B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ .

Ответ:  $\begin{pmatrix} -10 & 3 \\ 10 & 3 \end{pmatrix}$ .

6. Найти  $AB - BA$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\begin{pmatrix} 6 & -4 & -5 \\ 6 & -2 & -4 \\ 9 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ .

7. Найти  $AE$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 6 \end{pmatrix}$ .

6)  $3A + 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 5 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\begin{pmatrix} 18 & -1 \\ 5 & 4 \\ 5 & 15 \end{pmatrix}$ .

8. Найти  $A + B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

**Решение.**  $C = A + B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1+5 & -2+2 & 4+3 \\ 2+4 & 0+6 & -1+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 7 \\ 6 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ответ.**  $C = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 7 \\ 6 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

9. Найти матрицу  $C = A - 3B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$C = A - 3B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

**Решение.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 3 & 6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - (-3) & 2 - 3 \\ 2 - 3 & -1 - 6 \\ 3 - 0 & 0 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & -7 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & -7 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ответ.**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

10. Найти  $AB$ , если

**Решение.** Так как  $A = A_{2 \times 3}$ , а  $B = B_{3 \times 1}$ , то в результате получим матрицу размера  $C = C_{2 \times 1}$ ,

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{21} \end{pmatrix}$$

т.е. матрицу вида . Найдем элементы данной матрицы:

$$c_{11} = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} + a_{13} \cdot b_{31} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot 3 = 5$$

$$c_{21} = a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} + a_{23} \cdot b_{31} = 3 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 3 = 2$$

Таким образом, получаем, что:

$$C = AB = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Все вычисления можно было сделать в более компактном виде:

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot 3 \\ 3 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$C = AB = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Ответ.**

### Задание 3. Самостоятельная работа

1. Найти произведение  $AB$ :

а)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  Ответ:  $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$ .

б)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  Ответ:  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Найти  $3A \cdot 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}$ .

3. Найти  $EA$ , если  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ .

### Практическое задание: № 9.

#### Решение систем линейных алгебраических уравнений различными способами

##### Цель практической работы:

Закреплять навыки решения уравнений разными способами

##### Задачи практической работы:

Закреплять навыки решения уравнений разными способами

##### Материально – техническое оснащение рабочего места:

инструктивные карточки к практической работе (на каждого учащегося), таблички с названием групп, ситуационные задачи, карточки-задания по вариантам для контроля усвоенного материала.

**Форма контроля знаний:** самостоятельная работа

#### Содержание и последовательность выполнения заданий

##### Задание 1. Примеры СЛАУ методом Гаусса

В данном разделе на трех различных примерах покажем, как методом Гаусса можно решить СЛАУ.

Пример 1. Решить СЛАУ 3-го порядка.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 8 \\ -3x - y + 2z = -11 \\ -2x + y + 2z = -3 \end{cases}$$

Обнулیم коэффициенты при  $x$  во второй и третьей строчках. Для этого домножим их на  $2/3$  и  $1$  соответственно и сложим с первой строкой:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 8 \\ \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}z = \frac{2}{3} \\ 2y + z = 5 \end{cases}$$

Теперь обнулیم коэффициент при  $y$  в третьей строке, домножив вторую строку на  $6$  и вычитая из неё третью:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 8 \\ 2y + 2z = 4 \\ z = -1 \end{cases}$$

В результате мы привели исходную систему к треугольному виду, тем самым закончив первый этап алгоритма.

На втором этапе разрешим полученные уравнения в обратном порядке.

Имеем:

$$z = -1 \text{ из третьего;}$$

$$y = 3 \text{ из второго, подставив полученное } z;$$

$$x = 2 \text{ из первого, подставив полученные } z \text{ и } y.$$

В случае, если число уравнений в совместной системе получилось меньше числа неизвестных, то тогда ответ будет записываться в виде фундаментальной системы решений.

Пример 2. Решить неопределенную СЛАУ 4-го порядка:

Пример 3. Решить СЛАУ 4-ого порядка.

Условие:

$$\left\{ \begin{array}{l} x^1 - 2x^2 - x^3 + x^4 = 1 \\ x^1 - 8x^2 - 2x^3 - 3x^4 = -2 \\ 2x^1 + 2x^2 - x^3 + 7x^4 = 7 \\ x^1 + x^2 + 2x^3 + x^4 = 1 \end{array} \right.$$

Перепишем систему линейных алгебраических уравнений в матричную форму. Получится матрица 4x5, слева от разделительной линии стоят коэффициенты при переменных, а справа стоят свободные члены.

$$1 \ -2 \ -1 \ 1 \ | \ 1$$

$$1 \ -8 \ -2 \ -3 \ | \ -2$$

$$2 \ 2 \ -1 \ 7 \ | \ 7$$

$$1 \ 1 \ 2 \ 1 \ | \ 1$$

Проведём следующие действия:

а) из второй строки вычтем первую строку (строка 2 – строка 1);

б) из третьей строки вычтем первую строку, умноженную на 2 (строка 3–2 x строка 1)

в) из четвертой строки вычтем первую строку (строка 4 – строка 1). Получим:

$$1 \ -2 \ -1 \ 1 \ | \ 1$$

$$0 \ -6 \ -1 \ -4 \ | \ -3$$

$$0 \ 6 \ 1 \ 5 \ | \ 5$$

$$0 \ 3 \ 3 \ 0 \ | \ 0$$

Проведём следующие действия:

а) к третьей строке прибавим вторую строку (строка 3 + строка 2);

б) четвертую строку поделим на 3 (строка 4 = строка 4 / 3). Получим:

$$1 \ -2 \ -1 \ 1 \ | \ 1$$

$$0 \ -6 \ -1 \ -4 \ | \ -3$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 1 \ | \ 2$$

$$0 \ 1 \ 1 \ 0 \ | \ 0$$

Проведём следующие действия:

- а) четвертую строку поставим на место второй строки;
- б) третью строку поставим на место четвертой строки;
- в) вторую строку поставим на место третьей строки. Получим:

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -1 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

К третьей строке прибавим вторую строку, умноженную на 6 (строка 3 + 6 × строка 2).

Получим:

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

Проведём следующие действия:

- а) к третьей строке прибавим четвертую, умноженную на 4 (строка 3 + 4 × строка 4);
- б) из первой строки вычтем четвертую строку (строка 1 – строка 4);
- в) третью строку поделим на 5 (строка 3 = строка 3 / 5). Получим:

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

Проведём следующие действия:

- а) из второй строки вычтем третью строку (строка 2 – строка 3);
- б) к первой строке прибавим третью строку (строка 1 + строка 3). Получим:

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

в) К первой строке прибавим вторую строку, умноженную на 2 (строка 1 + 2 × строка 2).

Получим:

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

В левой части матрицы по главной диагонали остались одни единицы. В правом столбце получаем решение:

$$\begin{array}{l} x_1 = -2 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 2 \end{array}$$



## **ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ**

### **Оценка теоретических знаний**

**Оценка 5** – «отлично» выставляется, если обучающийся имеет глубокие знания учебного материала по теме практической работы, показывает усвоение взаимосвязи основных понятий используемых в работе, смог ответить на все уточняющие и дополнительные вопросы.

**Оценка 4** – «хорошо» выставляется, если обучающийся показал знание учебного материала, усвоил основную литературу, смог ответить почти полно на все заданные дополнительные и уточняющие вопросы.

**Оценка 3** – «удовлетворительно» выставляется, если обучающийся в целом освоил материал практической работы, ответил не на все уточняющие и дополнительные вопросы.

**Оценка 2** – «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала практической работы, который полностью не раскрыл содержание вопросов, не смог ответить на уточняющие и дополнительные вопросы.

### **Оценка практических навыков**

**Оценка «5»** - ставится, если обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, определяет взаимосвязи между показателями задачи, даёт правильный алгоритм решения, определяет междисциплинарные связи по условию задания.

**Оценка «4»** - ставится, если обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, имея неполное понимание междисциплинарных связей при правильном выборе алгоритма решения задания.

**Оценка «3»** - ставится, если обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, даёт неполный ответ, требующий наводящих вопросов преподавателя, выбор алгоритма решения задачи возможен при наводящих вопросах преподавателя.

**Оценка «2»** - ставится, если обучающийся даёт неверную оценку ситуации, неправильно выбирает алгоритм действий.

## 6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Методические рекомендации разработаны в соответствии с программой учебной дисциплины ЕН.01 Математика и предназначены для обучающихся специальности 44.02.01 Дошкольное образование.

Самостоятельная работа выполняется обучающимся по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа обучающихся, оказывающая эффективное влияние на формирование личности будущего специалиста, планируется обучающимся самостоятельно. Каждый обучающийся сам определяет режим своей работы и меру труда, затрачиваемого на овладение учебным содержанием по каждой дисциплине. Он выполняет самостоятельную работу по личному, индивидуальному плану, в зависимости от его подготовки, располагаемого времени и других условий.

Во время самостоятельной подготовки обучающиеся должны быть обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных, к информационным ресурсам сети Интернет.

Объем времени, отведенный на самостоятельную работу, представляет собой логическое продолжение аудиторных занятий.

В ходе самостоятельной работы при изучении дисциплины ЕН.01 Математика обучающимся рекомендуется обратить внимание на следующие основные вопросы:

1. Определение производной функции.
2. Правила нахождения производной функции.
3. Какие функции называются дифференцируемыми.
4. Какая функция называется сложной.
5. Как найти производную сложной функции.
6. Что называется производной второго порядка.
7. Что называется производной  $n - \text{го}$  порядка.
8. Что называется дифференциалом функции.
9. Что называется дифференциалом второго порядка.
10. Что называется дифференциалом  $n - \text{го}$  порядка. По какой формуле он вычисляется.
11. Основные правила дифференцирования
  - производная суммы или разности двух функций
  - производная произведения функций
  - производная частного функций
  - производная сложной функции
12. Дайте определение максимума (минимума) функции в точке. Что можно сказать о знаке приращения функции в достаточно малой окрестности точки максимума (минимума).
13. Каковы необходимые условия существования экстремума функции. Каков их геометрический смысл.
14. Каково правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
15. Дайте определение выпуклости (вогнутости) кривой на промежутке.
16. Каково правило отыскания интервалов выпуклости и вогнутости кривой.
17. Точка перегиба кривой. Как ее найти.

18. Что называют определенным интегралом функции  $f(x)$ .
19. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла.
20. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .
21. Сформулируйте необходимое и достаточное условия интегрируемости функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .
22. Запишите свойства определенного интеграла.
23. Что называется перестановкой из  $n$  элементов.
24. Какой смысл имеет запись  $n!$ .
25. По какой формуле вычисляют число перестановок из  $n$  элементов.
26. Что называется размещением из  $n$  элементов по  $k$ .
27. По какой формуле вычисляют число размещений из  $n$  элементов по  $k$ .
28. Что называется сочетанием из  $n$  элементов по  $k$ .
29. По какой формуле вычисляют число сочетаний из  $n$  элементов по  $k$ .
30. Какое событие называют достоверным.
31. Какое событие называют невозможным.
32. Дайте определение противоположных событий.
33. Сформулируйте классическое определение вероятности.
34. Чему равна вероятность достоверного события.
35. Чему равна вероятность невозможного события.
36. Определение матрицы и ее обозначение.
37. Линейные операции над матрицами (сложение матриц и умножение матрицы на число)

При изучении дисциплины ЕН.01 Математика рекомендуется следующая последовательность обучения: вначале обучающимся необходимо ознакомиться и проработать учебный материал по учебникам и лекциям, затем следует обратиться к дополнительной литературе.

## 7. ЦЕЛИ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:**

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- решать обыкновенные дифференциальные уравнения;
- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;
- находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;
- вычислять определенные интегралы различными методами;
- вычислять пределы последовательности и функции.

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:**

- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

- основы интегрального и дифференциального исчисления;
- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки.
- значение математики в профессиональной деятельности.

## **8. ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.01 МАТЕМАТИКА**

- Подготовка рефератов (докладов, сообщений, эссе)
- Составление схем
- Решение практических заданий
- Составление и решение тестовых заданий
- Подготовка ответов на контрольные вопросы
- Систематическая проработка конспектов занятий, учебной и специальной юридической литературы (по вопросам к параграфам, главам учебных пособий, составленным преподавателем).

### **РАБОТА С ТЕКСТОМ НПА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПРАВОЧНО-ПРАВОВЫХ СИСТЕМ, ПРЕДОСТАВЛЕННЫХ СЕТЬЮ INTERNET.**

Во время самостоятельной деятельности, в процессе лекционных и семинарских занятий у обучающихся формируются навыки работы с нормативно-правовыми актами, регулирующими рациональное использование природных ресурсов и защиту окружающей природной среды.

Прежде чем приступить к анализу первоисточника, необходимо прочитать документ, получить представление о его структуре. Это первый аспект работы с текстом правового документа. Второй аспект представляет собой запись основных положений и идей первоисточника.

Обучающиеся в ходе работы с правовым актом воспроизводят отдельные положения текста, осуществляют его анализ.

Особое внимание следует обратить на встречающиеся в первоисточнике экологические термины. Без усвоения основных терминов невозможно эффективное изучение правового источника, его понимание.

После ознакомления с текстом и терминами следует приступить к выполнению поставленного задания. На данном этапе обучающиеся самостоятельно ищут ответы на поставленные перед ними вопросы. Эта деятельность помогает развитию умения структурировать информацию, выделять основные моменты.

В результате систематической работы с текстом нормативно-правового акта у обучающегося развивается умение самостоятельно вести поиск правовой базы, уяснять смысл правовых терминов, использовать их в практической работе.

Для того чтобы обучающийся имел постоянный доступ к НПА он может использовать сеть Internet.

Одним из эффективных путей совершенствования самостоятельной работы является использование обучающимся Интернет-ресурсов, основными достоинствами которых являются:

- реализации принципа индивидуальной работы;

– наличие быстрой обратной связи; большие возможности наглядного предъявления материала; активность обучающихся; креативность.

Кроме того, одним из достоинств Интернета является предоставление бесплатного доступа к справочно-правовым системам.

На сегодняшний день в России и СНГ существует множество справочно-правовых систем, основные среди них:

- Гарант, КонсультантПлюс, Кодекс; Референт Государственные системы;
- Информационно-поисковая система «Закон» (ИПС «Закон»), Научно-технический центр правовой информации «Система» (НТЦ «Система»);
- Федеральное бюджетное государственное учреждение «Научный центр правовой информации при Министерстве юстиции Российской Федерации»;
- (<http://www.scli.ru/bd>), Информационно-правовая система «Законодательство России» (<http://pravo.gov.ru/ip s.html>).

Все это позволяет обучающемуся найти необходимый НПА в действующей редакции, с актуальными изменениями в законодательстве.

**9. ВНЕАУДИТОРНАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
ЕН.01 МАТЕМАТИКА**

№ п/п	Тема самостоятельной работы	Кол-во часов	Вид самостоятельной работы	Результат работы	Сроки выполнения
1	<b>Тема 1.1.1</b> Дифференциальное исчисление	2	1. Записать в словарь термины и дать им определение; 2. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 3. Подготовка ответов на контрольные вопросы. Подготовка рефератов по теме «Роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности»	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
2	<b>Тема 1.1.2</b> Производная сложной функции	2	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка ответов на контрольные вопросы. 3. Вычисление производных сложной функции	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
3	<b>Тема 1.1.3</b> Производные высших порядков	2	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе.	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие

			<p>2. Подготовка ответов на контрольные вопросы.</p> <p>3. Решение примеров по образцу по теме «Дифференциальное исчисление»</p>		
4	<p><b>Тема 1.2.1</b> Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях</p>	2	<p>1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе.</p> <p>2. Подготовка ответов на контрольные вопросы.</p> <p>3. Подготовка к устному/письменному опросу по теме «Исследование и построение графиков сложных функций».</p>	<p>Устные ответы на вопросы</p> <p>Выполненные письменные задания в тетради</p>	на практическое занятие
5	<p><b>Тема 1.2.2</b> Выпуклость графика функции</p>	2	<p>1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе.</p> <p>2. Подготовка ответов на контрольные вопросы.</p> <p>3. Решение примеров по образцу по теме «Исследование и построение графиков сложных функций».</p>	<p>Устные ответы на вопросы</p> <p>Выполненные письменные задания в тетради</p> <p>Защита рефератов</p>	на практическое занятие
6	<p><b>Тема 1.2.3</b> Исследование функции при помощи производных</p>	2	<p>1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе.</p> <p>2. Подготовка к практической работе по теме «Исследование функции при помощи производных»</p>	<p>Устные ответы на вопросы</p> <p>Выполненные письменные задания в тетради</p>	на практическое занятие
7	<p><b>Тема 1.3.1</b> Основные свойства неопределенного интеграла</p>	1	<p>1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе.</p> <p>2. Подготовка ответов на контрольные</p>	<p>Устные ответы на вопросы</p> <p>Выполненные письменные задания в тетради</p>	на практическое занятие

			вопросы. Подготовка к устному/письменному опросу по теме «Интегральное исчисление».		
8	<b>Тема 1.3.2</b> Основные свойства определенного интеграла	2	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. Решение примеров по образцу по теме «Интегральное исчисление».	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
9	<b>Тема 2.1.1</b> Предмет теории вероятностей,	2	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Решение простейших задач теории вероятностей.	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
10	<b>Тема 2.2.1</b> Введение в математическую статистику	2	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка к контрольной работе «Решение простейших задач теории вероятностей»	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
11	<b>Тема 2.2.2</b> Проверка умений и навыков	2	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе.	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
12	<b>Тема 3.1.1</b> Матрицы. Действия с матрицами	2	1. Отработка текущего материала по конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовка к устному/письменному опросу по теме «Основные понятия и методы линейной алгебры».	Устные ответы на вопросы Выполненные письменные задания в тетради	на практическое занятие
13	<b>Тема 3.2.1</b>	4	1. Отработка текущего материала по	Устные ответы на вопросы	на практическое занятие



	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.		конспектам лекций и рекомендуемой литературе. 2. Подготовиться к тестам		
	<b>Всего:</b>	<b>26</b>			

## Самостоятельная работа №1.

### Дифференциальное исчисление

**Цель:** расширение теоретических знаний и развитие практических умений по теме «Дифференциальное исчисление», развитие умений проводить поиск необходимой информации в источниках различного типа и представлять результаты изучения материала в форме реферата, закрепление навыков работы с контурной картой; знание карты.

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, аналитическая обработка текста, подготовка реферата.

#### **Задание**

Написать реферат на тему «Роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности».

**Формат выполненной работы:** реферат

**Критерии оценки реферата:** соответствие теме; глубина проработки материала; правильность и полнота использования источников; владение терминологией и культурой речи; оформление реферата.

**Контроль выполнения:** защита реферата.

## Самостоятельная работа №2.

### Производная сложной функции

**Цель:** отработка навыков вычисления производной функций и практического применения производной.

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, вычисление производных сложной функции.

#### **Задание 1.**

Найти производную сложной функции.

1 Вариант

1)  $y = \sin(2x+3)$ .

2)  $y = \cos(5-7x)$ .

3)  $y = \sqrt{4x^3 - 12x + 8}$ .

4)  $y = \ln(5x^7 - 3x - 11)$

5)  $y = \operatorname{ctg} \frac{4x}{11}$

6)  $y = \operatorname{tg}(5x + \frac{\pi}{8})$

7)  $y = (3x - 17)^{10}$

Найти производную сложной функции.

2 Вариант

1)  $y = (6x^3 - 7)^4$ ;

2)  $y = \sqrt{3x^2 - 8x + 5}$ ;

3)  $y = \sin(3x - \frac{\pi}{12})$ ;

4)  $y = \cos^5 x$ ;

5)  $y = \ln(7 \sin x + 5x)$ .

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

### Самостоятельная работа № 3.

#### Производные высших порядков

**Цель:** отработка навыков вычисления производной функций и практического применения производной.

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, вычисление производных высших порядков.

**Задание 1.**

1. Дана функция  $y = e^{3x}$ . Найти  $y^{(4)}$ .
2. Найти  $y^{(5)}$  функции  $y = 5^x$ . Записать производную  $n$ -го порядка
3. Найти  $y^{(10)}$  для функции  $y = \ln(2x - 1)$ .
4. Найти  $y^{(20)}$  функции  $y = \frac{1}{x - 2}$ .
5. Найти  $y^{(8)}$  функции  $y = \sqrt{x - 2}$ .

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

### Самостоятельная работа № 4.

#### Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков

**Цель:** закрепить понятие дифференциала функции и его приложения к приближенным вычислениям.

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, нахождение дифференциала функций

**Задание 1.**

1. Найти производные заданных функций

а).  $y = (4x^4 - 6/x^3)^4$ ;      б).  $y = \arcsin 3x$ ;      в).  $y = 3\sin^5(4x - 5)$ .

2. Исследуйте функцию и постройте ее график.  $y = x^3 + 2x^2 - 4x$ .

3. Найти производную  $n$ -го порядка для функции  $y = e^{3x}$ .

4. Найти  $d^3y$  для функции  $y = \cos^2x$ .

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

### Самостоятельная работа № 5.

#### Выпуклость графика функции

**Цель:** закрепить понятие выпуклости и вогнутости графика функции, точки перегиба графика функции, научить исследовать на выпуклость график функции, находить точки перегиба графика функции.

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, описание графика.

**Задание 1.**

Определить выпуклости функции  $f(x)=x^3+x$ .

**Задание 2.**

Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика

$$f(x) = \frac{(x-1)^3}{4} + 2$$

$$f(x) = -\frac{1}{x}$$

$$f(x) = x^2 e^x$$

$$f(x) = 1 + 4x^2 - \frac{2x^4}{3}$$

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

### Самостоятельная работа № 6.

#### Исследование функции при помощи производных

**Цель:** закрепление умений исследовать функции при помощи производной, применять производную при решении задач на максимум и минимум.

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, вычисление производных функции.

**Задание 1.**

1. Найти промежутки возрастания и убывания функции  $f(x) = x^3 - 3x$ ?
  2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x$
  3. Чему равно наибольшее и наименьшее значение функции  $y = -x^2 + 4x + 2$  на промежутке  $[0;4]$
  4. Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 - 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$
  5. Найдите точку перегиба к графику функции а)  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ ; б)  $y = 2\cos 2x$
  6. Исследовать с помощью производной функцию и постройте график
- а)  $f(x) = 2 - 3x^2 - x^3$  ;                      б)  $f(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}$

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

**Самостоятельная работа № 7.**

**Основные свойства неопределенного интеграла**

**Цель:** закрепить понятия первообразной и неопределенного интеграла и его свойств таблицы основных неопределенных интегралов

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, подготовка устных ответов на вопросы

**Задание 1.**

**Вопросы для самоконтроля**

1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
2. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
3. Сформулируйте теорему о существовании первообразной функции.
4. Первообразная определяется неоднозначно. Как это нужно понимать?
5. Что называется неопределенным интегралом?
6. Чем отличается неопределенный интеграл от первообразной функции?
7. Почему интеграл называется неопределенным?
8. Чем отличаются друг от друга подынтегральная функция и подынтегральное выражение?
9. Что означает постоянная C в определении неопределенного интеграла?
10. Какие свойства неопределённого интеграла вы знаете?
11. Как доказать справедливость каждой формулы интегрирования?
12. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
13. Что такое интегральные кривые? Как они расположены друг относительно друга? Могут ли они пересекаться?
14. Как расположены касательные к интегральным кривым в точках, имеющих одну и ту же абсциссу?

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы,

выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

**Самостоятельная работа № 8.**

**Основные свойства определенного интеграла**

**Цель:** отработка навыков вычисления определенного интеграла

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, вычисление интегралов.

**Задание 1.**

Найти неопределенный интеграл

1.  $\int \operatorname{arctg}(\sqrt[3]{6x-1}) dx$

2.  $\int e^{\sqrt{x}} dx$

3.  $\int \sin \sqrt{x} dx$

4.  $\int \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x} dx}{\sqrt{x}}$

**Задание 2.**

**Ответы на вопросы**

1. Какие случаи расположения плоских фигур рассмотрели в задании 2?
2. Как вычисляли площади фигуры в каждом случае?
3. Что называют определенным интегралом функции  $f(x)$ ?
4. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
5. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .
6. Сформулируйте необходимое и достаточное условия интегрируемости функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .
7. Запишите свойства определенного интеграла.
8. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
9. Расскажите об основных методах интегрирования определенного интеграла.

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

### Самостоятельная работа № 9.

#### Основные приемы вычисления площадей с помощью интегралов

**Цель:** отработка навыков вычисления интегралов.

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, вычисление интегралов.

#### **Задание 1.**

Вычислите интеграл

1.  $\int_1^2 \left( 3x^2 - 4x - \frac{2}{x^2} \right) dx$

2.  $\int_1^4 \left( \frac{4}{x^2} + 2x - 3x^2 \right) dx$

3.  $\int_1^2 \left( 3x^2 - 4x - \frac{2}{x^2} \right) dx$

4.  $\int_1^4 \left( \frac{4}{x^2} + 2x - 3x^2 \right) dx$

5.  $\int \frac{dx}{\sin^2(2-3x)}$

6.  $\int \frac{dx}{\cos^2\left(\frac{x}{4}-1\right)}$

7.  $\int \frac{dx}{\sin^2(2-3x)}$

8.  $\int \frac{dx}{\cos^2\left(\frac{x}{4}-1\right)}$

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

#### **Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

### Самостоятельная работа № 10.

#### Решение простейших задач теории вероятностей

**Цель:** закрепление навыков решать задачи по теории вероятностей.

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, решение задач

#### **Задание 1.**

##### **Решить задачи**

1. Из 1000 собранных на заводе телевизоров 5 штук бракованных. Эксперт проверяет один наугад выбранный телевизор из этой 1000. Найдите вероятность того, что проверяемый телевизор окажется бракованным.

2. В урне 9 красных, 6 жёлтых и 5 зелёных шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется жёлтым?

3. Петя, Вика, Катя, Игорь, Антон, Полина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

4. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

5. В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России.

6. На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

7. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

8. В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьевкой распределяются на 4 группы: А, В, С и D. Какова вероятность того, что команда России не попадает в группу А?

9. На турнир по шахматам прибыло 26 участников в том числе Коля и Толя. Для проведения жеребьевки первого тура участников случайным образом разбили на две группы по 13 человек. Найти вероятность того, что Коля и Толя попадут в разные группы.

10. В классе 16 учащихся, среди них два друга — Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.

11. В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

12. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 16 спортсменов, среди которых 7 участников из России, в том числе Платон Карпов. Найдите вероятность того, что в первом туре Платон Карпов будет играть с каким-либо спортсменом из России?

13. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шашкистов, среди которых 3 участника из России, в том числе Василий Лукин. Найдите вероятность того, что в первом туре Василий Лукин будет играть с каким-либо шашкистом из России?

14. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Сергей и Андрей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Андрей окажутся в одной группе.

15. В классе 21 ученик, среди них 2 друга — Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну группу.



16. В классе 21 учащийся, среди них две подруги - Аня и Нина. Класс случайным образом делят на семь групп, по 3 человека в каждой. Найдите вероятность того, что Аня и Нина окажутся в одной группе.

17. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 1.

18. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 6, но не дойдя до отметки 9 часов.

19. В случайном эксперименте симметричную монету бросают 2 раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.

20. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу.

21. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу.

22. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 2 раза

23. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу

24. Определите вероятность того, что при бросании игрального кубика (правильной кости) выпадет нечетное число очков.

25. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не большее 3.

26. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало число, большее 3.

27. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых

28. Коля выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.

29. Для экзамена подготовили билеты с номерами от 1 до 50. Какова вероятность того, что наугад взятый учеником билет имеет однозначный номер?

30. В мешке содержатся жетоны с номерами от 5 до 54 включительно. Какова вероятность, того, что извлеченный наугад из мешка жетон содержит двузначное число?

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

### Самостоятельная работа № 11.

#### Введение в математическую статистику

**Цель:** закрепление навыков решать задачи по теории вероятностей.

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, решение задач

**Задание 1.**

**Решить задачи:**

1. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на 3?
2. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.
3. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже  $36,8^{\circ}\text{C}$  равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется  $36,8^{\circ}\text{C}$  или выше.
4. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.
5. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Углы», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Параллелограмм», равна 0,6. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем
6. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.
7. Вероятность того, что на тесте по химии учащийся П. верно решит больше 8 задач, равна 0,48. Вероятность того, что П. верно решит больше 7 задач, равна 0,54. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 8 задач.
8. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет меньше 4?
9. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.
10. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

11. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.
12. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
13. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).
14. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.
15. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
16. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
17. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.
18. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
19. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

20. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

### Самостоятельная работа № 12.

#### Матрицы. Действия с матрицами

**Цель:** отработка навыков вычисления матриц

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, вычисление матриц.

#### Задание 1

1-3. Сложить матрицы A и B:

$$1. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -7 & 4 \\ 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 0 \\ -2 & 5 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & -4 & -1 \\ 2 & -5 & 0 \end{pmatrix}.$$

1-3. Вычислить линейные комбинации матриц:

$$1. 2A - B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$2. 3A + 2B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 5 \\ 4 & 0 \end{pmatrix},$$

$$3. 2A + 3B - C, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -7 & -4 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}$$

1-3. Найти произведения матриц:

$$1. \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1-4. Найти произведение АВ:

$$1. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad 4. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

## Задание 2

Вычислить  $C = A^2 + 2B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

Найти  $AB - BA$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти  $3A * 2B$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти  $AE$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 6 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти  $EA$ , если

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформулировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

## Самостоятельная работа № 13.

### Решение систем линейных алгебраических уравнений различными способами

**Цель:** отработка навыков решения систем линейных алгебраических уравнений различными способами.

**Самостоятельная работа обучающихся:** работа с дополнительной литературой, решение систем линейных алгебраических уравнений различными способами

**Задание 1.**

1. Решите систему уравнений способами алгебраического сложения, подстановки, графическим и по формулам Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 4y = -11 \\ 2x - 2y = 5 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x - y = \frac{1}{5} \\ 6x - 2y = \frac{2}{5} \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 5x + y - 3z = -2 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \\ 2x - 3y + z = 17 \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} ax - by = a^2 + b^2 \\ cx + ay = a^2 + b^2 \end{cases}$$

4. При каком значении  $a$  система  $\begin{cases} 4x + 3y = 124 \\ 2x + ay = 71 \end{cases}$  не имеет решений?

**Формат выполненной работы:** отчет о выполнении самостоятельной работы, выполненной в тетрадях.

**Критерии оценки:**

- уровень освоения обучающимся учебного материала;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

**Контроль выполнения:** выступление на теоретических и практических занятиях.

## 10. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАБОТЕ С ТЕКСТОМ

**Умения работать с заголовком учебного текста, информацией:**

- формулировать вопросы к заголовку;
- выделять какими знаниями, умениями по данной теме уже владеете;
- установить, почему именно эти слова вынесены в заголовок;
- предвосхищать, что из ранее неизвестного может открыться;
- осознать, что неизвестно по этой теме;
- переформулировать заголовок в форму вопроса.

**Умения, необходимые для структурирования информации:**

- делить информацию на относительно самостоятельные смысловые части;
- выделять в смысловой части главное (с точки зрения поставленной учебной задачи) и вспомогательное, новое и уже знакомое;

- выделять в смысловой части, о чем говорится (объект) и что о нем говорится;
- оценивать информативную значимость выделенных мыслей – соотносить их с теми или иными категориями содержательной структуры информации (фактами, явлениями, понятиями, законами, теориями);
- определять логические и содержательные связи и отношения между мыслями информации;
- выделять «смысловые и опорные пункты», элементы информации, несущие основную смысловую нагрузку (термины, понятия, формулы, рисунки и др.);
- группировать по смыслу выделенные при анализе информации мысли, объединяя их в более крупные части;
- формулировать главные мысли этих частей, всей информации;
- обобщать то, что в тексте дано конкретно;
- конкретизировать то, что дано обобщено;
- доказывать, аргументировать то, что не доказано, но требует доказательства;
- выделять трудное, непонятное;
- формулировать вопрос по учебной информации;
- выделять противоречия с ранее известным, с собственным опытом;
- соотносить результаты изучения с поставленными целями, вопросами;
- синтезировать информацию, полученную из разных источников.

#### **Умения письменной фиксации результатов работы с учебной информацией:**

- составлять план (простой или сложный), отражать информацию графически;
- отражать содержание информации тезисно;
- составлять конспект (следящий, структурный и др.)

#### **Коммуникативные умения:**

- устно характеризовать систему вопросов, освещенных в учебной информации;
- тезисно излагать содержание информации;
- развернуто излагать содержание.

#### **Умения контролировать свою работу с учебной информацией:**

- воспроизводить изученное;
- составлять тезаурус понятий темы;
- подбирать, конструировать задания на применение изученного;
- приводить собственные примеры;
- устанавливать связи изученного с ранее известным.

## **11. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОФОРМЛЕНИЯ И НАПИСАНИЯ РЕФЕРАТА**

«Реферат» имеет латинские корни и в дословном переводе означает «докладываю, сообщаю». Словари определяют его значение как «краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научной

проблемы, результатов научного исследования: доклад на определенную тему, освещающий ее на основе обзора литературы и других источников.

1. Студенческий реферат – это творческая работа студента, в которой на основании краткого письменного изложения и оценки различных источников проводится самостоятельное исследование определенной темы, проблемы.

2. Реферат отличают следующие признаки:

а) реферат не копирует дословно содержание первоисточника, а представляет собой новый вторичный текст, создаваемый в результате систематизации и обобщения материал первоисточника, его аналитико-синтетической переработки («аналитико-синтетическая переработка первичного документа с целью создания вторичного») (ГОСТ Р ИСО 10011-2-93)

б) будучи вторичным текстом, реферат создается со всеми требованиями, предъявляемыми к связному высказыванию, то есть ему должны быть присущи следующие черты: целостность, связность, структурная упорядоченность и завершенность.

в) в реферат должно быть включено самостоятельное мини-исследование, осуществляемое на материале или художественных текстов, или источников по теории и истории литературы.

3. Студенческий реферат должен иметь следующую структуру:

- титульный лист
- план работы (содержание)
- введение
- основная часть
- заключение
- список литературы
- приложение (по необходимости)

Во введении, как правило, дается краткая характеристика изучаемой темы, обосновывается ее актуальность, раскрываются цель и задачи работы, производится краткий обзор литературы и важнейших источников, на основании которых готовился реферат.

В основной части кратко, но полно излагается материал по разделам, каждый из которых раскрывает свою проблему или разные стороны одной проблемы. Каждый смысловой блок (глава, параграф) должен быть озаглавлен.

Заключение должно быть четким, кратким, вытекающим из содержания основной части. В нем должны содержаться выводы по результатам работы, а также информация о согласии или несогласии с авторами цитируемых работ, даны указания на то, кому могут быть интересны книги, тексты, рассмотренные в реферате. Заключение не должно превышать по объему введения.

4. Объем реферата жестко не регламентируется, однако он не должен превышать 20 машинописных страниц.

5. Требования к оформлению:

Реферат должен быть написан на бумаге стандартной формы (лист 4А, с полями слева 2,5 – 3 см, сверху и снизу – 2 см, справа – до 1 см) и вложен в папку.

Нумерация страниц должна быть сквозной, включая список используемой литературы и приложения. Нумеруют страницы арабскими цифрами в правом нижнем углу или сверху посередине листа. Первой страницей является титульный лист, на нём номер страницы не ставится.



Схема оформления титульного листа (приложение 1), содержания (приложение 2) студенческого реферата прилагается.

Список литературы завершает работу. В нем фиксируются источники, с которыми работал автор реферата. Список составляется в алфавитном порядке по фамилиям авторов или заглавия книг. При наличии нескольких работ одного автора их названия располагаются по годам изданий. Библиографические данные оформляются в соответствии с ГОСТом.

## 12. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОФОРМЛЕНИЯ СООБЩЕНИЯ, ДОКЛАДА

Объем сообщения обычно составляет 2-3 страницы формата А-4

Сообщение, доклад оформляют стандартно:

Шаблонный машинописный текст имеет следующие параметры:

- шрифт Times New Roman;
- размер шрифта 14;
- межстрочный интервал 1,5;
- стандартные поля для редактора Word;
- выравнивание по ширине.

Ссылки на источники указываются по требованию преподавателя.

В идеале, сообщение, доклад еще должны содержать приложения – таблицы, схемы, копии документов – однако, чаще это не практикуется.

## 13. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОФОРМЛЕНИЯ ПРЕЗЕНТАЦИИ

### Требования к презентации

На первом слайде размещается:

- название презентации;
- автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);
- год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

<b>Оформление слайдов</b>	
<b>Стиль</b>	– необходимо соблюдать единый стиль оформления; – нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации; – вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)
<b>Фон</b>	– для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)
<b>Использование цвета</b>	– на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста; – для фона и текста используются контрастные цвета;

	– особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)
<b>Анимационные эффекты</b>	– нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде; – не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде
<b>Представление информации</b>	
<b>Содержание информации</b>	– следует использовать короткие слова и предложения; – время глаголов должно быть везде одинаковым; – следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных; – заголовки должны привлекать внимание аудитории – предпочтительно горизонтальное расположение информации; – наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана; – если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней.
<b>Шрифты</b>	– для заголовков не менее 24; – для остальной информации не менее 18; – шрифты без засечек легче читать с большого расстояния; – нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации; – для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа; – нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже, чем строчные).
<b>Способы выделения информации</b>	Следует использовать: – рамки, границы, заливку – разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки – рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов
<b>Объем информации</b>	– не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут одновременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений. – наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.
<b>Виды слайдов</b>	Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.

#### 14. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПО ВИДАМ РАБОТ

##### 1. Критерии оценки подготовки информационного сообщения

- актуальность темы;
- соответствие содержания теме;
- глубина проработки материала;
- грамотность и полнота использования источников;
- наличие элементов наглядности.

## 2. Критерии оценки подготовки реферата

- актуальность темы;
- соответствие содержания теме;
- глубина проработки материала;
- грамотность и полнота использования источников;
- соответствие оформления реферата требованиям.

## 3. Критерии оценки составления опорного конспекта

- соответствие содержания теме;
- правильная структурированность информации;
- наличие логической связи изложенной информации;
- соответствие оформления требованиям;
- аккуратность и грамотность изложения;
- работа сдана в срок.

## 4. Критерии оценки составления опорно-логической схемы по теме

- соответствие содержания теме;
- логичность структуры таблицы;
- правильный отбор информации;
- наличие обобщающего (систематизирующего, структурирующего, сравнительного) характера изложения информации;
- соответствие оформления требованиям;
- работа сдана в срок.

## 5. Критерии оценки создания материалов-презентаций

- соответствие содержания теме;
- правильная структурированность информации;
- наличие логической связи изложенной информации;
- эстетичность оформления, его соответствие требованиям;
- работа представлена в срок.

## **15. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ВНЕАУДИТОРНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Качество выполнения внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся оценивается посредством текущего контроля самостоятельной работы обучающихся с использованием бально–рейтинговой системы. Текущий контроль СРС – это форма планомерного контроля качества и объема, приобретаемых обучающимся компетенций в процессе изучения дисциплины, проводится на практических и семинарских занятиях и во время консультаций преподавателя.

100~89% Максимальное количество баллов, указанное в карте–маршруте (табл. 1) самостоятельной работы обучающегося по каждому виду задания, обучающийся получает, если:

- обстоятельно с достаточной полнотой излагает соответствующую тему;
- дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;

– правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

70~89% от максимального количества баллов обучающийся получает, если:

- неполно (не менее 70% от полного), но правильно изложено задание;
- при изложении были допущены 1–2 несущественные ошибки, которые он исправляет после замечания преподавателя;
- дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;
- правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

50~69% от максимального количества баллов обучающийся получает, если:

- неполно (не менее 50% от полного), но правильно изложено задание;
- при изложении была допущена одна существенная ошибка;
- знает и понимает основные положения данной темы, но допускает неточности в формулировке понятий;
- излагает выполнение задания недостаточно логично и последовательно;
- затрудняется при ответах на вопросы преподавателя.

49% и менее от максимального количества баллов обучающийся получает, если:

- неполно (менее 50% от полного) изложено задание;
- при изложении были допущены существенные ошибки.

В "0" баллов преподаватель вправе оценить выполненное обучающимся задание, если оно не удовлетворяет требованиям, установленным преподавателем к данному виду работы.

Сумма полученных баллов по всем видам заданий внеаудиторной самостоятельной работы составляет рейтинговый показатель студента. Рейтинговый показатель студента влияет на выставление итоговой оценки по результатам изучения дисциплины.

**Таблица перевода баллов в оценку**

балл	100~89%	70~89%	50~69%	49% и менее
оценка	5 (отл.)	4(хор.)	3(удов.)	2 (неудов.)

**СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ**  
**УЧЕБНАЯ ДИСЦИПЛИНА**  
**ЕН.01 МАТЕМАТИКА**  
**44.02.01 «ДОШКОЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ»**

**Основная литература:**

1. Математика для воспитателей : учебник / Н.И. Фрейлах. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2020. — 136 с. — (Среднее профессиональное образование). - Текст : электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1064161>
2. Седых, И. Ю. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А. Ю. Шевелев. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 443 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-5914-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449040>
3. Башмаков, М.И. Математика. : учебник / Башмаков М.И. — Москва : КноРус, 2019. — 394 с. — (СПО). — ISBN 978-5-406-06554-9. — URL: <https://book.ru/book/929528> — Текст : электронный.

**Дополнительная литература (в том числе периодические издания):**

1. Гончаренко, В.М. Элементы высшей математики : учебник / Гончаренко В.М., Липагина Л.В., Рылов А.А. — Москва : КноРус, 2019. — 363 с. — (СПО). — ISBN 978-5-406-06878-6. — URL: <https://book.ru/book/931506> — Текст : электронный.
2. Башмаков, М.И. Математика : учебник / Башмаков М.И. — Москва : КноРус, 2017. — 394 с. — (СПО). — ISBN 978-5-406-05386-7. — URL: <https://book.ru/book/919637> — Текст : электронный.

**Информационные справочно-правовые системы:**

1. Консультант-Плюс <http://www.consultant.ru/>

**Интернет–ресурсы:**

1. <https://www.book.ru>
2. <https://znanium.com>
3. <https://urait.ru>

*Приложение 1*

**Образец титульного листа**

**Частное профессиональное образовательное учреждение  
Колледж «Современная школа бизнеса»**

**РЕФЕРАТ**

на тему \_\_\_\_\_

по дисциплине \_\_\_\_\_  
(наименование дисциплины)

ВЫПОЛНИЛ:

\_\_\_\_\_  
(Ф.И.О)

\_\_\_\_\_  
( курс, группа)

ПРОВЕРИЛ:

\_\_\_\_\_  
(Ф.И.О., преподавателя)

**Ставрополь, 20\_\_**

*Приложение 2*

**Образец Содержания**

СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	2
Глава 1 .....	3
Глава 2 .....	6
Глава 3 .....	10
Заключение .....	14
Список литературы.....	16

### Приложение 3

#### Образец оформления презентации

##### 1. Первый слайд:

Тема информационного сообщения (или иного вида задания): _____
Подготовил: Ф.И.О. студента, курс, группа, специальность Руководитель: Ф.И.О. преподавателя

##### 2. Второй слайд

План: 1. _____. 2. _____. 3. _____.
--

##### 3. Третий слайд

Литература:
-------------

##### 4. Четвертый слайд

Лаконично раскрывает содержание информации, можно включать рисунки, автофигуры, графики, диаграммы и другие способы наглядного отображения информации
---